FYSIKTÄVLINGEN

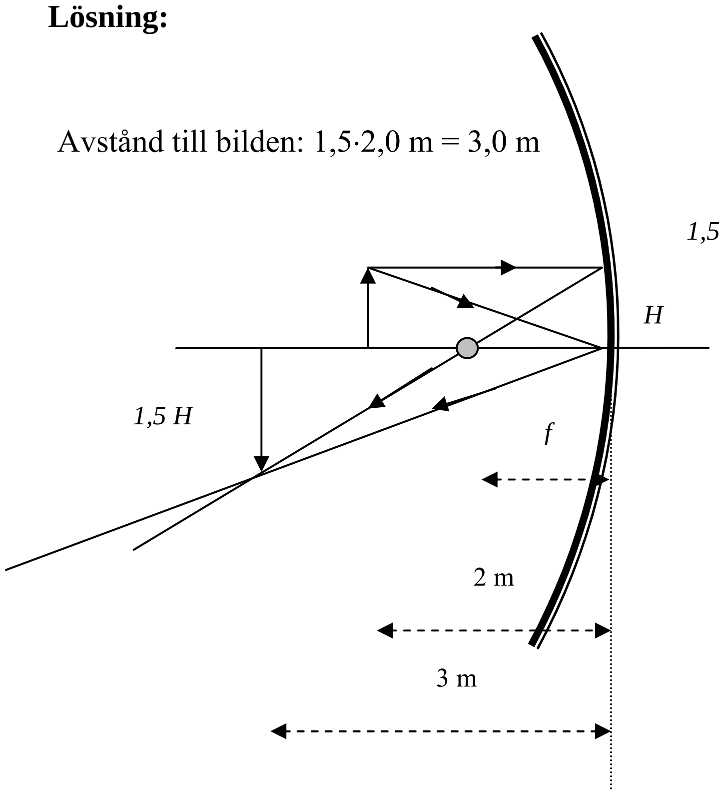
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

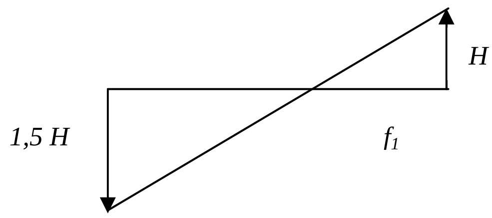
31 januari 2008

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

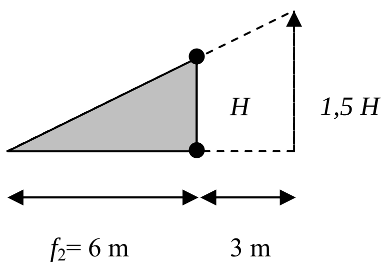
1.
Lösning:

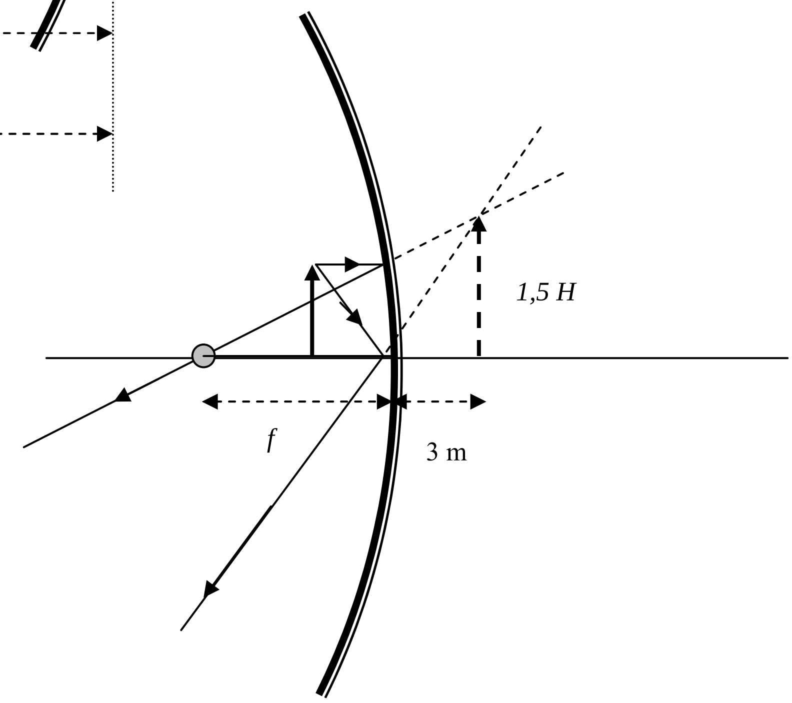
Avstånd till bilden: 1,5·2,0 m = 3,0 m





$$f_1 = \frac{2}{5} \cdot 3\,\mathrm{m}$$
$$r_1 = 2 \cdot f_1 = 2{,}4\,\mathrm{m}$$





$$\frac{1{,}5H}{H} = \frac{f+3}{f} \Leftrightarrow 0{,}5f = 3\,\mathrm{m}$$
$$f_2 = 6\,\mathrm{m}$$
$$r_2 = 12\,\mathrm{m}$$

Svar: Det finns två möjliga krökningsradier 1,2 m och 12 m.

2.
Lösning:

7 part/cm^3 = $7\cdot10^6$ part/m^3

Om vi anser solvinden lokalt vara parallell, utgör de partiklar som per sekund passerar ett tvärsnitt av 1 m^2 en pelare med måtten $1\cdot1\cdot400\,000$ m^3. Antalet partiklar i denna blir $2{,}8\cdot10^{12}$ st. En sfär runt solen med jordbanradien har arean = $4\pi\cdot R^2$ m^2, där R är jordbaneradien. Detta ger ett totalt utflöde/s $P = 7{,}92\cdot10^{35}$ partiklar/s.
Noggrannheten är ensiffrig, så det går 12 H på 1 He.
u betecknar atomära massenheten. A masstalet.

$$\frac{Massa}{timme} = \left(\frac{12}{13}\cdot P\cdot A_H\cdot u + \frac{1}{13}\cdot P\cdot A_{He}\cdot u\right)\cdot 3600 = \frac{16}{13}\cdot P\cdot u\cdot 3600 = 5{,}83\cdot10^9 \text{ ton/h}$$

Massutflöde per timme blir $\approx 6\cdot10^9$ ton/h

Svar: Solen förlorar 6 miljarder ton massa varje timme.

3.
Lösning:
En gång i tiden var andelen ^{235}U 3,5 % av allt U. Den kunde naturligtvis vara högre, men gäller det den senaste tidpunkten som det var möjligt. Vid denna tidpunkt kom det in tillräckligt med vatten i malmen för att kärnklyvningsprocessen skulle komma igång. Uppgiften blir att ta reda på hur länge sedan naturligt U bestod av 3,5 % ^{235}U.

$N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$

För t år sedan var andel ^{235}U = $0{,}035\,N_0$ och andel ^{238}U = $0{,}965\,N_0$

Idag är $N_{235} = 0{,}035\,N_0\cdot 2^{-t/T_{235}}$ $\quad N_{238} = 0{,}965\,N_0\cdot 2^{-t/T_{238}}$

$$\frac{N_{235}}{N_{238}} = \frac{0{,}035N_0}{0{,}965N_0\cdot 2^{-t/T_{235}+t/T_{238}}}$$

$$\frac{0{,}0072}{0{,}9928} = \frac{0{,}035}{0965\cdot 2^{-t/T_{235}+t/T_{238}}}$$

$$\ln\,0{,}19995 = \frac{-t(T_{235}-T_{238})\cdot\ln 2}{(T_{235}\cdot T_{238})}$$

$$t = 19{,}62\cdot10^8 \approx 2{,}0 \text{ miljarder år}$$

Svar: För ca 2,0 miljarder år sedan.

4.
Lösning:

$$W_{luft} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot A \cdot v \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v^3}{2}$$

Effekten (energin på en sekund) blir då

$$\frac{W_{luft}}{t} = \frac{1{,}29 \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 12^3}{1 \cdot 2}\ \mathrm{W} = 56\ 032\ \mathrm{W}$$

$$\eta = \frac{13\ 000}{56\ 023} \approx 0{,}23$$

Svar: Verkningsgraden blir 23%.

5.
Lösning:
Här anses den inre cylindern också svänga med frekvensen 1,11 Hz.
Övre vätskeytans höjdändring försummas.

Vid harmonisk svängning gäller att
$F_{\max} = m \cdot a_{\max} = m \cdot A\omega^2$ samt att
$F_{\max} = A \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g$ enligt Arkimedes princip

$$\rho = \frac{m \cdot A\omega^2}{A \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g} = \frac{0{,}306 \cdot (2\pi \cdot 1{,}11)^2}{0{,}02^2 \cdot \pi \cdot 9{,}82}\ \mathrm{kg/m^3} = 1\ 206\ \mathrm{kg/m^3} \approx 1{,}21\ \mathrm{g/cm^3}$$

Svar: Densiteten för vätskan är 1,21 g/cm^3

6.
Lösning:
Vi bestämmer största och minsta horisontella kraften med olika metoder.

METOD 1. Lösning genom att summera lilla karusellens acceleration och personens acceleration på lilla karusellen.

I ytterläge:

$$a = 3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6{,}2}\right)^2 + 0{,}9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2{,}07}\right)^2 \approx 11{,}4 \text{ m/s}^2 \qquad (F_1=221 \text{ N} \quad F_2=599 \text{ N})$$

F = 72·11,4 = **821 N**

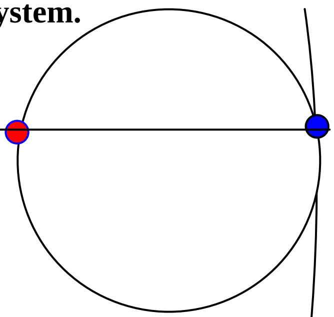
I innerläget: Lilla karusellens acc. - personens acc på lilla karusellen

$$a = 3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6{,}2}\right)^2 - 0{,}9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2{,}07}\right)^2 \approx -5{,}2 \text{ m/s}^2$$

$|F|$ = 72·5,2 = **377 N**

METOD 2. Lösning genom att beskriva personens läge i ett koordinatsystem.

Stora karusellens centrum i origo.



Vi studerar de två olika fallen enligt figur
där vi sätter $t = 0$ då personen befinner sig längst ut resp. längst in.

Vi behöver bara studera partikelns läge i x-led eftersom
accelerationen i ytterläget och innerläge (vid $t = 0$) är riktad i x-led.

I YTTERLÄGE:

$$x = 3 \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) + 0{,}9 \cdot \cos \omega_2 \cdot t$$

$$x'' = -3 \cdot \omega_1^{\,2} \cdot \cos(-\omega_1 t) - 0{,}9 \cdot \omega_2^{\,2} \cdot \cos \omega_2 \cdot t$$

Vid t = 0 fås $\quad x'' = -3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6{,}2}\right)^2 - 0{,}9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2{,}07}\right)^2 \approx$ -11,4 m/s^2

$|F|$ = 72·11,4 ≈ **821 N**

I INNERLÄGE:

$$x = 3 \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) + 0{,}9 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \pi)$$

$$x'' = -3 \cdot \omega_1^{\,2} \cdot \cos(-\omega_1 t) - 0{,}9 \cdot \omega_2^{\,2} \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \pi)$$

Vid t = 0 fås $\quad x'' = -3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6{,}2}\right)^2 + 0{,}9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2{,}07}\right)^2 \approx 5{,}2$ m/s^2

F = 72·5,2 ≈ **377 N**

Största och minsta kraften mot sätet fås genom att summera ovanstående krafter med mg.

mg = 72g = 707 N

$$F_{\max} = \sqrt{821^2 + 707^2} \approx 1083 \text{ N}$$

$$F_{\min} = \sqrt{377^2 + 707^2} \approx 801 \text{ N}$$

Svar: För kraften F mot sätet gäller 0,80 kN ≤ F ≤ 1,08 kN

7.

Lösning:

Antag att vi har cirkulära banor. Med en Mot-jord hamnar systemets tyngdpunkt i solens centrum.

Avståndet till solen från både jorden och Mot-jorden är *a,* dvs. en astronomisk enhet.

T_2 är jordens periodtid med Mot-jorden, T_1 är jordens periodtid utan Mot-jorden.

Krafterna:

$F_C = F_{SJ} + F_{JMJ}$

$$\frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot a}{T_2^2} = C \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} + \frac{m \cdot m}{4a^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot a}{T_2^2} = \frac{C \cdot M \cdot m}{a^2}\left(1 + \frac{m}{4M}\right)$$

$$T_2^2 \cdot C \cdot M\left(1 + \frac{m}{4M}\right) = 4\pi^2 \cdot a^3 \quad \Leftrightarrow \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{C \cdot M\left(1 + \frac{m}{4M}\right)} \qquad (1)$$

Solen och jorden roterar kring ett gemensamt tyngdpunktscentrum något skilt från solens masscentrum. Avståndet jorden – masscentrum = *r*.

$$M(a - r) = m \cdot r \Leftrightarrow r = a\frac{M}{M + m}$$

$$\frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T_1^2} = C\frac{M \cdot m}{a^2} \quad \Leftrightarrow \quad T_1^2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{C(M + m)} \qquad (2)$$

$a = 1{,}4959787 \cdot 10^{11}$ m

$M = 1{,}9891 \cdot 10^{30}$ kg

$m = 5{,}9742 \cdot 10^{24}$ kg

$C = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Beräknas skillnaden direkt ur (1) och (2) erhålles att $T_2 - T_1$ = 35,54 s (långsammare med motjord p.g.a. tyngdpunktsförskjutningen, dvs. längre omloppstid).

Om man utvecklar uttrycket (3) nedan erhålles samma svar för tidsskillnaden som en direkt beräkning.

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{4\pi^2 \cdot a^3 \cdot C(M + m)}{CM\left(1 + \frac{m}{4M}\right)4\pi^2 \cdot a^3}$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{(M + m)}{M\left(1 + \frac{m}{4M}\right)} \qquad T_2 = T_1\sqrt{\frac{1 + \frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{4M}}} \qquad (3)$$

$$\sqrt{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx 1 + \frac{m}{2M} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{m}{4M}\right)}} \approx 1 - \frac{m}{8M}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx T_1\left(1 + \frac{m}{2M}\right)\left(1 - \frac{m}{8M}\right) - T_1 = T_1\left(1 - \frac{m}{8M} + \frac{m}{2M} - \frac{m^2}{16M^2}\right) - 1 \approx T_1\frac{3m}{8M} \approx 35{,}54\,\text{s}$$

Svar: 35,5 s (Om man räknar med rotationscentrum i solens centrum i bägge fallen erhålles 11,8 s kortare omloppstid.)

8.
Lösning:
METOD 1.
Hastigheten varmed varan träffar bandet $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx 4{,}09$ m/s
Den horisontella rörelsemängd $m \cdot v_{x1}$ som varan får på grund av stöten
$m \cdot v_{x1} = F_x \cdot t_s = \mu \cdot F_y \cdot t_s = \mu \cdot m \cdot v_y \approx 0{,}28 \cdot m \cdot 4{,}09 \approx 1{,}14 \cdot m$ (m/s)

Den horisontella rörelsemängd $m \cdot v_{x2}$ som varan får på grund av tyngden
$m \cdot v_{x2} = m \cdot g \cdot \mu \cdot t_{tot} = m \cdot g \cdot 0{,}28 \cdot t_{tot} = 2{,}75 \cdot m \cdot t_{tot}$ (m/s^2)

När varan slutar glida har den erhållit en rörelsemängd $m \cdot v_{band} = m \cdot 4{,}2$ (m/s)
$m \cdot 4{,}2 \approx 1{,}14 \cdot m + 2{,}75 \cdot m \cdot t_{tot}$ $\quad t_{tot} = \dfrac{4{,}2 - 1{,}14}{2{,}75} \approx 1{,}11$ s
Då stöttiden är mycket kort kan begynnelsehastigheten anses vara 1,14 m/s.
Sluthastigheten = 4,2 m/s
Då accelerationen är konstant blir medelhastigheten = (1,14 + 4,2) / 2 ≈ 2,67 m/s

Accelerationssträckan blir $v_{medel} \cdot t_{tot} = 2{,}67 \cdot 1{,}11 \approx 2{,}96$ m
Bandets sträcka under denna tid = 4,2 · 1,11 = 4,66 m
Glidsträckan = 4,66 – 2,96 = 1,70 m

METOD 2.
Hastigheten då varan träffar bandet:
$v_y = \sqrt{2gh} = 4{,}09$ m/s
Impulslagen ger ett medeltillskott till medel-normalkraften under kontakten (Δt litet)
$mv_y = F_y \Delta t$
Kraftekvationen under tiden varan är i kontakt med bandet:
$$m \cdot a_{x1} = \mu \cdot F_y = \mu \frac{m \cdot v_y}{\Delta t}$$
Hastighetsändringen blir enligt
$m\Delta v_1 = F_x \Delta t = \mu F_y \Delta t = \mu m v_y$; $\Delta v_1 = \mu v_y \approx 1{,}145$ m/s
Under rörelsen gäller:
$a_{x2} = \mu g$,
vilket ger $\Delta t = \dfrac{\Delta v_2}{a_{x2}} = \dfrac{4{,}2 - 1{,}145}{0{,}28 \cdot 9{,}82} \approx 1{,}11$ s

Avverkad sträcka: $s = v_{medel} \cdot \Delta t \approx (4{,}2 + 1{,}145) \cdot 1{,}11 / 2 \approx 2{,}97$ m
Glidsträckan på bandet: $4{,}2 \cdot 1{,}11 - 2{,}97 \approx 1{,}69$ m

Svar: Varan glider under 1,1 s på bandet en glidsträcka på 1,7 m