

TJERENKOVSTRÅLNING OCH RINGBILDSRÄKNARE

Ljus utbreder sig i vakuum med farten c . Ingen partikel kan röra sig fortare än ljusfarten c i vakuum, men i andra transparenta medier är detta möjligt. I sådana fall rör sig partikeln med en fart v som är större än ljusfarten c/n i mediet, där n är mediets brytningsindex.

Experiment

(Tjerenkov 1934) och teori (Tamm och

Frank 1937) visade att en laddad

partikel som rör sig med farten v i ett

transparent medium med

brytningsindex n sådant att

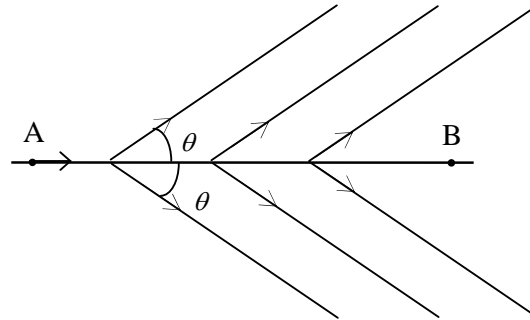
$v > c/n$ strålar ut ljus, så kallad

Tjerenkovstrålning, i riktningar som bildar en vinkel

θ i riktningar som bildar en vinkel

$$\theta = \arccos \frac{1}{\beta n} \quad (1)$$

med partikelns bana där $\beta = \frac{v}{c}$.



1. För att visa detta faktum, betrakta en partikel som rör sig med konstant fart $v = c/n$ längs en rät linje. Den passerar punkten A vid tiden 0 och B vid tiden t_1 . Eftersom problemet uppvisar rotationssymmetri kring AB, är det tillräckligt att betrakta ljusstrålar i ett plan som innehåller AB.

I varje punkt mellan A och B skickar partikeln ut en sfärisk ljusvåg som utbreder sig med farten c/n . Vi definierar vågfronten vid en given tid t som den yta som tangerar alla dessa sfärer, den s.k. enveloppen.

1.1. Bestäm vågfronten vid tiden t_1 och rita dess skärning med ett plan som innehåller partikelns bana.

1.2. Bestäm vinkeln ϕ mellan denna skärning och partikelns bana uttryckt i n och β .

2. Betrakta ett parallellt strålnippe av partiklar som rör sig med farten $v > c/n$ längs en rät linje IS, så att vinkeln θ är liten. Knippet träffar i punkten S en konkav spegel med brännvidd f och centrum C. SC bildar med

SI en liten vinkel α (se figuren på svarsblanketten). Partikelknippet ger en ringformad bild i spegelns fokalplan. Förklara varför med hjälp av en skiss som visar detta. Ange läget av centret O och radien r på ringbilden.

Denna experimentuppställning används i ringbilsräknare (RICH, Ring Image Cherenkov Counter) och mediet som partiklarna passerar genom kallas *radiatorn*.

OBS: I alla problemets frågor kan termer av andra och högre ordningars i α och θ försummas.

3. Ett strålnippe med rörelsemängd $p = 10.0 \text{ GeV}/c$ bestående av protoner, kaoner och pioner med vilomassor $M_p = 0.94 \text{ GeV}/c^2$, $M_k = 0.50 \text{ GeV}/c^2$ respektive $M_\pi = 0.14 \text{ GeV}/c^2$. Notera att pc och Mc^2 har dimensionen energi och att 1 eV är den energi en elektron har efter att ha accelererats av spänningen 1 V , samt att $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ och $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

Strålnippet går genom luft med trycket P . Luften brytningsindex ges av $n = 1 + aP$ där $a = 2.7 \times 10^{-4} \text{ atm}^{-1}$.

3.1 Beräkna för var och en av de tre partikelslagen det minsta värdet P_{min} på lufttrycket vid vilket strålnippet emitterar Tjerenkovstrålning.

3.2 Beräkna trycket $P_{1/2}$ sådant att bilden av kaonernas ring har en radie lika med halva radien av pionernas ring. Beräkna även θ_k och θ_π . Kan protonernas ringbild observeras vid detta tryck?

4. Antag nu att strålnippet inte är helt monokromatiskt, utan att partiklarnas rörelsemängder ligger inom ett intervall med halvvärdesbredden Δp centrerat runt $10 \text{ GeV}/c$. Detta gör att ringbilden breddas och att motsvarande θ ligger inom ett intervall med halvvärdesbredden $\Delta\theta$. Trycket i räknaren är $P_{1/2}$ vilket beräknats i uppgift 3.2.

4.1 Beräkna $\frac{\Delta\theta}{\Delta p}$ för respektive kaoner ($\frac{\Delta\theta_k}{\Delta p}$) och pioner ($\frac{\Delta\theta_\pi}{\Delta p}$).

4.2 I det fall avståndet mellan de två ringbilderna $\theta_k - \theta_\pi$ är större än 10 ggr summan av halvvärdesbredderna $\Delta\theta = \Delta\theta_k + \Delta\theta_\pi$, dvs $\theta_k - \theta_\pi > 10 \Delta\theta$, är det möjligt att skilja på de två ringbilderna. Beräkna det maximala värdet av Δp då de två ringarna fortfarande är väl åtskilda.

5. Tjerenkov upptäckte första gången den effekt som bär hans namn när han observerade en flaska med vatten som låg i närheten av ett radioaktivt preparat. Han observerade att vattnet i flaskan emitterade ljus.

5.1. Bestäm den minsta kinetiska energi T_{min} för vilken en partikel med vilomassan M som rör sig i vatten kan utsända Tjerenkovstrålning. Brytningsindex för vatten är $n = 4/3$.

5.2. Det radioaktiva preparatet som Tjerenkov använde emitterade α -partiklar (d v s heliumkärnor) med en vilomassa $M_\alpha = 3.8 \text{ GeV}/c^2$ och β -partiklar (d v s elektroner) med en vilomassa $M_\beta = 0.51 \text{ MeV}/c^2$. Beräkna det numeriska värdet T_{min} för dessa två typer av partiklar.

Vi vet att den kinetiska energin på partiklar som emitteras från radioaktiva preparat aldrig överskrider några få MeV. Vilka partiklar kan ha orsakat den av Tjerenkov observerade strålningen?

6. I de föregående delarna av detta problem har vi försummat Tjerenkoveffektens våglängdsberoende. Vi skall nu ta hänsyn till att Tjerenkovstrålningen för en partikel har ett brett kontinuerligt spektrum som innefattar det synliga området (våglängder från $0.4 \mu\text{m}$ till $0.8 \mu\text{m}$) och att brytningsindex n för radiatorn minskar linjärt med 2% av $n - 1$ då våglängden λ ökar över det synliga området.

6.1. Betrakta ett strålknippe av pioner med bestämd rörelsemängd $10.0 \text{ GeV}/c$ som rör sig i luft med trycket 6 atmosfärer. Bestäm vinkelskillnaden $\delta\theta$ mellan de två gränserna för det synliga området.

6.2. Hur kommer ringbilden av pionerna att variera om rörelsemängden centrerad på $10.0 \text{ GeV}/c$ har en spridning (halvvärdesbredd) $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$?

6.2.1. Beräkna breddningen av ringbilden dels på grund av dispersion (varierande brytningsindex) och dels på grund av strålknippets akromaticitet (varierande rörelsemängd).

6.2.2. Beskriv hur färgen på ringen ändrar sig när vi går från dess inre till dess yttre kant genom att kryssa för lämpliga rutor på svarsblanketten.