HUR LUFTTEMPERATUREN VARIERAR MED HÖJD, ATMOSFÄRENS STABILITET OCH LUFTFÖRORENINGSHALT.

Vertikala luftrörelser påverkar många atmosfäriska processer, t.ex. molnbildning, avdunstning och spridning av luftföroreningar. Om atmosfären är stabil hindras vertikala rörelser och luftföroreningarna tenderar att stanna kvar kring källan, istället för att spridas och spädas ut. Är däremot atmosfären instabil underlättas spridningen av luftföroreningar. Sålunda beror spridningen av luftföroreningar på utsläppets storlek men också på atmosfärens stabilitet.

Vi ska bestämma atmosfärens stabilitet med det i meteorologin vanliga begreppet ”luftpaket” och jämföra temperaturen hos ett luftpaket som stiger eller sjunker adiabatiskt relativt den omgivande luften. Det visar sig ofta att ett luftpaket med föroreningar som stiger från marken stannar på en viss höjd, den sk blandningshöjden. Ju högre blandningshöjd desto lägre blir koncentrationen av föroreningar vid marken. Vi ska bestämma blandningshöjden och koncentrationen av kolmonoxid från motorcyklar i Hanoi i morgonrusningen, då den vertikala luftrörelsen begränsas av en inversion (= luftens temperatur stiger med höjden) på höjder över 119 m.

Antag att luften är en ideal tvååtomig gas med molmassan μ = 29 g/mol.

Kvasiadiabatiska processer uppfyller $pV^{\gamma} = \text{const}$, där $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}$ kvoten mellan värmekapacitiviteterna vid konstant tryck respektive volym.

Du kan om så behövs använda följanda data:

Den universella gaskonstanten $R = 8.31\ \text{J/(mol·K)}$
Lufttrycket vid markytan är $p_0 = 101.3\,\text{kPa}$
Tyngdaccelerationen $g = 9.81\ \text{m/s}^2$

Värmekapacitiviteten vid konstant tryck $c_p = \dfrac{7}{2}R$ för luft.

Värmekapacitiviteten vid konstant volym $c_V = \dfrac{5}{2}R$ för luft.

Matematiska tips

a.

$$\int \frac{dx}{A+Bx} = \frac{1}{B}\int \frac{d(A+Bx)}{A+Bx} = \frac{1}{B}\ln(A+Bx)$$

b. Lösningen till differentialekvationen $\frac{dx}{dt} + Ax = B$ (med A och B konstanta) är $x(t) = x_1(t) + \frac{B}{A}$ där $x_1(t)$ är lösningen till differentialekvationen $\frac{dx}{dt} + Ax = 0$.

c. $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

1. Tryckets variation med höjden

1.1 Antag att atmosfärens temperatur är konstant och lika med T_0. Härled ett uttryck som ger atmosfärstrycket p som funktion av höjden z över marken.

1.2 Antag nu att temperaturen varierar med höjden enligt $T(z) = T(0) - \Lambda z$ där Λ är en konstant, den sk *temperaturgradienten*.

1.2.1 Redovisa ett uttryck som ger atmosfärstrycket p som funktion av höjden z.

1.2.2 En process kallad fri konvektion uppstår när luftens densitet ökar med höjden. Beräkna för vilka värden på Λ som fri konvektion inträffar.

2. Temperaturens variation hos ett luftpaket i vertikal rörelse.

Betrakta ett luftpaket som rör sig uppåt eller nedåt i atmosfären. Ett sådant paket ska ses som en fristående termodynamisk enhet, flera meter stort tvärsöver men ej så stort att temperaturen varierar inom paketet. Den vertikala rörelsen kan behandlas som kvasiadiabatisk, dvs att värmeutbytet med den omgivande luften är försumbart. Om paketet stiger utvidgas det och dess temperatur sjunker. Omvänt, om det sjunker, innebär det stigande lufttrycket att paketet krymper och att dess temperatur ökar.

Eftersom paketet är ganska litet kan man anta att hela paketet har samma värde $p(z)$ som paketets centrum, med z lika med höjden vid paketets mitt. Paketets temperatur $T_{paket}(z)$ är vanligen skild från omgivningens temperatur $T(z)$. I delproblemen 2.1 och 2.2 görs inga antaganden om formen på $T(z)$.

2.1 Temperaturens T_{paket} variation med höjden ges av uttrycket $\frac{dT_{paket}}{dz} = -G$

Härled ett uttryck för $G(T, T_{paket})$.

2.2 Betrakta nu specialfallet där temperaturen T på alla höjder z hos atmosfären är lika med paketets temperatur T_{paket}, dvs $T(z) = T_{paket}(z)$.

Låt Γ beteckna värdet på G när $T = T_{paket}$, dvs $\Gamma = -\frac{dT_{paket}}{dz}$ (med $T = T_{paket}$.)
Γ kallas den *torradiabatiska temperaturgradienten*.

2.2.1 Härled uttrycket för Γ.

2.2.2 Beräkna det numeriska värdet på Γ.

2.2.3 Härled ett uttryck för hur atmosfärens temperatur $T(z)$ beror av höjden.

2.3 Antag att atmosfärens temperatur beror av höjden enligt $T(z) = T(0) - \Lambda z$, där Λ är en konstant. Beräkna paketets temperatur $T_{paket}(z)$ som funktion av höjden z.

2.4 Ange ett approximativt uttryck för $T_{paket}(z)$ då $|\Lambda z| << T(0)$ och $T(0) \approx T_{paket}(0)$.

3. Atmosfärens stabilitet

I denna del antas att T ändras linjärt med höjden.

3.1. Betrakta ett luftpaket som till en början är i jämvikt med den omgivande luften på höjden z_0, d v s har samma temperatur $T(z_0)$ som den omgivande luften. Om paketet flyttas något upp eller ner (t ex genom atmosfärisk turbulens), kan ett av följande tre fall uppstå:

–Luftpaketet återgår till sin ursprungliga höjd, paketets jämvikt är stabil. Man säger att atmosfären är stabil.
–Paketet fortsätter att röra sig i den angivna riktningen, paketet är inte i jämvikt. Atmosfären är instabil.
–Paketet förblir i det nya läget, paketets jämvikt är obestämd. Atmosfären sägs vara neutral.

För vilka värden på Λ är atmosfären stabil, instabil eller neutral?

3.2. Ett luftpaket har vid markytan en temperatur $T_{paket}(0)$ som är högre än temperaturen $T(0)$ på den omgivande luften. Lyftkraften kommer att göra att paketet stiger. Härled uttrycket för den maximala höjden som paketet kan nå i fallet med en stabil atmosfär i termer av Λ och Γ.

4. Blandningshöjden

4.1. Tabell 1 visar lufttemperaturerna mätta med en ballongsond klockan 7:00 en novemberdag i Hanoi. Ändringen i temperatur kan approximativt beskrivas av uttrycket $T(z) = T(0) - \Lambda z$, med olika temperaturgradienter Λ i de tre luftlagren $0 < z < 96\,\text{m}$, $96\,\text{m} < z < 119\,\text{m}$ och $119\,\text{m} < z < 215\,\text{m}$.

Betrakta ett luftpaket med temperaturen $T_{paket}(0) = 22^\circ\text{C}$ som stiger från marken. Använd tabell 1 och den linjära approximationen ovan för att beräkna temperaturen av luftpaketet på höjderna 96 m och 119 m.

4.2. Bestäm den maximala höjden H som paketet kan nå och temperaturen $T_{paket}(H)$ på paketet.

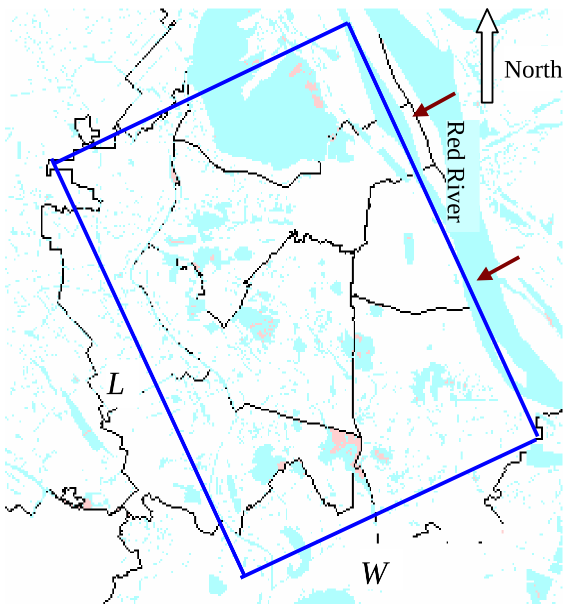
H kallas blandningshöjden. Luftföroreningar som avges från marken kan blandas med luften i atmosfären (t ex genom vind, turbulens och spridning) och späs ut inom luftlagret under denna höjd.

Tabell 1

Höjd/m	Temperatur/°C
5	21.5
60	20.6
64	20.5
69	20.5
75	20.4
81	20.3
90	20.2
96	20.1
102	20.1
109	20.1
113	20.1
119	20.1
128	20.2
136	20.3
145	20.4
153	20.5
159	20.6
168	20.8
178	21.0
189	21.5
202	21.8
215	22.0
225	22.1
234	22.2
246	22.3
257	22.3

5. Uppskattning av föroreningen av kolmonoxid (CO) under rusningstid från motorcyklar i Hanoi

De centrala delarna av Hanoi kan approximeras med en rektangel med dimensionerna L och W enligt figuren, med en sida längs med den sydvästra stranden av Röda floden.



Man uppskattar att det färdas $8 \cdot 10^5$ motorcyklar på morgonen mellan 7:00 och 8:00, och att var och en kör i medeltal 5 km och avger 12 g CO per kilometer. Vi kan anta att kolmonoxidföroreningarna avges med en konstant hastighet M under rusningstiden.

Samtidigt blåser en oförorenad nordöstlig vind vinkelrätt mot den Röda floden (d v s vinkelrätt mot sidorna med längden L i figuren) med hastighet u, passerar staden med samma hastighet och transporterar delar av den CO-förorenade luften ut ur stadsatmosfären.

Vi använder följande grova approximativa modell:

- Kolmonoxiden sprider sig genom hela blandningsvolymen över Hanois centrala delar, så att koncentrationen $C(t)$ av CO vid tiden t kan anses konstant i hela den rektangulära lådan med dimensionerna L, W och H.
- Luften som kommer in i lådan är oförorenad och ingen förorening antas försvinna från lådan genom sidorna som är parallella med vinden.
- Före 7:00 är CO-koncentrationen i luften försumbar.

5.1 Härled en differentialekvation som bestämmer föroreningskoncentrationen av CO, $C(t)$, som funktion av tiden.

5.2 Skriv ner lösningen till denna ekvation för $C(t)$.

5.3 Beräkna den numeriska värdet av koncentrationen av $C(t)$ klockan 8:00, givet $L = 15$ km, $W = 8$ km, $u = 1$ m/s.