FINALTÄVLING

SKOLORNAS FYSIKTÄVLING 6 maj 1995

SVENSKA DAGBLADET **SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET**

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. Varje hexagonal parallellepiped innehåller precis två kolatomer. Den kan inses genom att man parallellförflyttar parallellepipeden ett litet stycke åt sidan och nedåt i gittret eller genom att observera att varje atom delas mellan sex celler och det finns tolv sådana atomer. Detta medför att densiteten ges av massan i en cell delad med cellens volym. Basytan i en cell består av sex liksidiga trianglar vardera med kantländen *a*. Cellens volym blir alltså

$$V = 6 \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot b = \frac{3\sqrt{3}a^2 b}{2}$$

Massan i cellen ges av

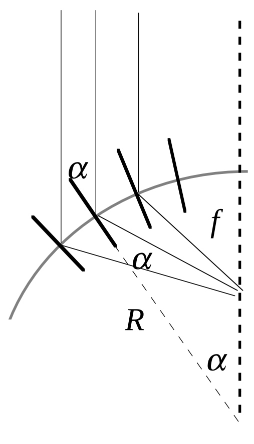
$$m = 12 \cdot 2 \cdot u$$

där $u = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Detta ger densiteten

$$\rho = \frac{24u \cdot 2}{3\sqrt{3}a^2 b}$$

Densiteten för grafit ges av tabell som $2{,}22 \cdot 10^3$ kg/m^3. Insättning av numeriska värden ger $b = 345$ pm.

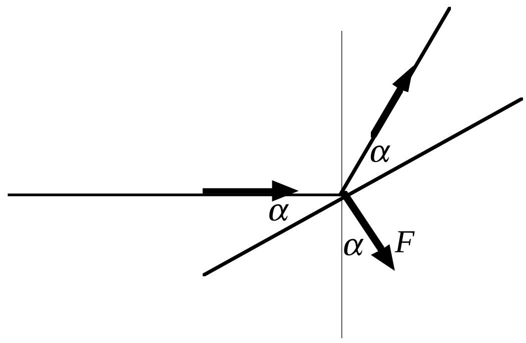
2.



Figuren visar en genomskärning av ögat. Ur figuren får man $f = R/2$ om inte vinkeln α är för stor. En cylindrisk sådan lins kan användas i en solfångare.

3. Rörelsemängden på den luft som under en sekund kommer in mot vingen är $\rho \cdot (vA\sin\alpha) \cdot v$.
Ändringen i rörelsemängd blir då $2\sin\alpha \cdot \rho \cdot (vA\sin\alpha) \cdot v$ riktad utefter *F*. Den vertikala komponenten blir alltså

$$2\sin\alpha \cdot \rho \cdot (vA\sin\alpha) \cdot v \cdot \cos\alpha = 2\rho A v^2 \sin^2\alpha\cos\alpha$$



Vi antar en fart på bilen av 300 km/h ≈ 80 m/s, en area på vingen av 1 m^2, luftens densitet är cirka 1,3 kg/ m^3. Det trigonometriska uttrycket har ett största värde av 0,4 (för den helt orimliga vinkeln 55˚) och för denna vinkel får man en maximal kraft av 6700 N vilket knappast räcker för att motverka tyngdkraften.

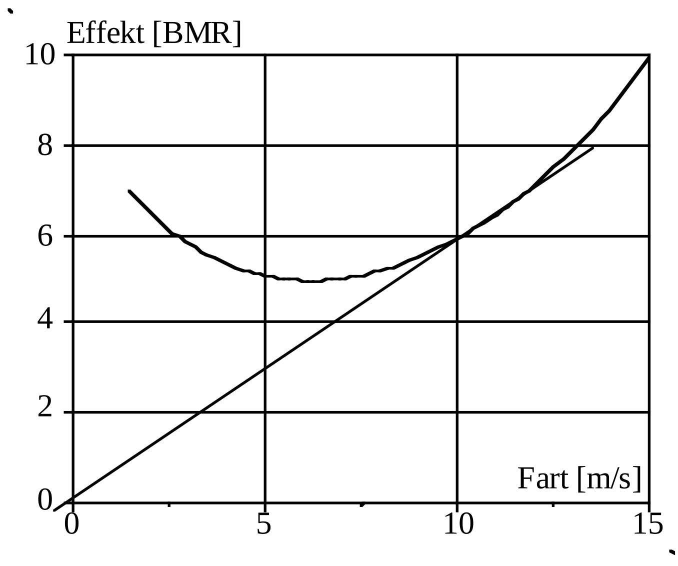
4. Den energi *W* som åtgår för att transportera sig en sträcka *s* med farten *v* ges av

$$W = Ps / v$$

Derivera nu detta uttryck med avseende på farten och sätt till noll

$$0 = s\frac{P'v - P}{v^2} \quad \Rightarrow P' = \frac{P}{v}$$

Grafiskt betyder detta en tangent genom origo till kurvan.



Man avläser en fart på omkring 11 m/s.

5. Kalla de små dropparnas radie för r. Eftersom volymen är bevarad gäller

$$\frac{4\pi R^3}{3} = n\frac{4\pi r^3}{3} \quad \text{eller} \quad r = \frac{R}{n^{1/3}}$$

Skillnaden i ytenergi blir

$$\gamma\left(n4\pi r^2 - 4\pi R^2\right) = 4\pi\gamma R^2\left(n^{1/3} - 1\right)$$

Denna energi måste minst tillföras från den potentiella energin

$$mgh = \rho\frac{4\pi R^3}{3}gh$$

Detta ger

$$h = \frac{3\gamma\left(n^{1/3} - 1\right)}{gR\rho} \approx 0{,}1\ \text{m}$$

Här finns nu ingen energi kvar för att ge rörelseenergi åt de små dropparna.

6. Den optiska vägskillnaden är $2nd = \lambda(p + 1/2), \quad p = heltal$

Detta ger $2 \cdot 1{,}30 \cdot d = 525 \cdot 10^{-9}\left(p + 1 + 1/2\right)$ resp $2 \cdot 1{,}30 \cdot d = 675 \cdot 10^{-9}\left(p + 1/2\right)$

Härur fås d = 909 nm

7. a) Den elektrostatiska energin vid hålets rand är

$$W = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

b) Den nya kvoten ges av

$$\frac{Q+q}{M+m} \quad \text{med} \quad m = W/c^2$$

c) Vid maximum gäller

$$\frac{Q+q}{M+m} = \frac{Q}{M}$$

eller

$$\frac{Q}{M} = \frac{q}{m} = \frac{qc^2}{W} = \frac{qc^2 4\pi\varepsilon_0 R}{qQ} = \frac{q4\pi\varepsilon_0 2GM}{qQ} = \frac{8\pi\varepsilon_0 GM}{Q}$$

Detta ger direkt

$$\frac{Q}{M} = \sqrt{8\pi\varepsilon_0 G} \approx 10^{-10}\,\text{C/kg}$$

8. *En* möjlig modell för hur mängden avrunnen vätska från skopan beror av tiden är att anta

$$m = m_0\left(1 - e^{-kt}\right)$$

k kan då bestämmas experimentellt ur $\quad k = \dfrac{\ln 2}{T_{½}}$

där $T_{1/2}$, ”halveringstiden” för tömning av skopan, är ett mått för segheten på vätskan. Kalla transport + påfyllnadstid för T_0. Den kan också lätt bestämmas experimentellt.

Anta att vi bryter hällandet och tar en ny skopa efter tiden T. Den per tid överförda vätskemängden blir då

$$\frac{m_0\left(1 - e^{-kT}\right)}{T + T_0} = \frac{m_0 k\left(1 - e^{-kT}\right)}{kT + c} \quad \text{med} \quad c = kT_0$$

Maximera genom att sätta derivatan med avseende på $x = kT$ lika med noll

$$\frac{(x + c)e^{-x} - \left(1 - e^{-x}\right)}{(x + c)^2} = \frac{(x + c + 1)e^{-kT} - 1}{(x + c)^2} = 0$$

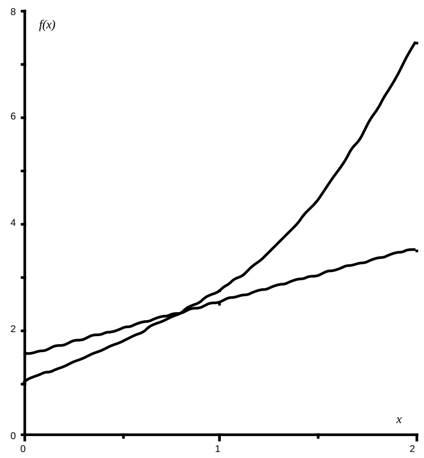
Vi har alltså att lösa ekvationen $e^x = x + c + 1$

Genom att rita kurvorna i ett diagram kan man lätt få en grafisk lösning. Grafen nedan är ritad för c = 0,5. Man ser att man med denna modell inte bör låta alltför mycket vätska rinna av, i detta fallet skall man låta det rinna en tid som är omkring två halveringstider. Detta stämmer ju ganska väl med erfarenheten. Om vätskan blir segare kommer halveringstiden att bli större d v s k mindre vilket ger ett mindre c. Kurvorna kommer då att skära för ett mindre värdet på $x = kT$ d v s man skall inte vänta så lång tid uttryckt i halveringstider. En mycket grov uppskattning kan göras om vi använder

$$e^x \approx 1 + x + x^2/2$$

Detta ger $x^2 \approx 2c \quad$ eller $\quad x \approx \sqrt{2c}$

eller $\quad \dfrac{T}{T_{1/2}} = \sqrt{\dfrac{2}{\ln 2}\dfrac{T_0}{T_{1/2}}}$



8
f(x)
6
4
2
0
x
0
1
2