FYSIKTÄVLINGEN

FINALTÄVLING
LÖSNINGSFÖRSLAG
11 maj 1996

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Vi tar till och säger att den elektriska kraften skall vara av samma storleksordning som gravitationskraften. Anta att månen och jorden innehåller N_1 och N_2 stycken protoner och lika många neutroner, respektive. Vi försummar elektronens massa jämfört med protones, respektive. Villkoret att gravitationskraften och Coulombkraften är lika stora ges då av

$$G\frac{2N_1 \cdot 2N_2 m_p^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{N_1 N_2 e^2 \delta^2}{r^2}$$

eller

$$\delta = \sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 G m_p^2}{e^2}} \approx 10^{-18}$$

2. Vi antar att kriteriet i texten betyder att det magnetiska fältet från blixten är av samma storleksordning som det jordmagnetiska fältet dvs 50 μT. Sannolikt måste det vara betydligt starkare eftersom det varar under så kort tid, vår uppskattning ger alltså en övre gräns på avståndet från blixten. Vi har då

$$B = 50 \cdot 10^{-6} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4}{2\pi r} \quad \Rightarrow \quad r = 40 \text{ m}$$

3. Ur vinklarna i figuren kan plastens brytningsindex beräknas. Du får

$$n = \frac{\sin 27^\circ}{\sin 17^\circ} \approx 1{,}55$$

Detta ger att ljusets våglängd i plasten är 780 / 1,55 ≈ 500 nm. Vägskillnaden för destruktiv interferens är en halv våglängd. Stegets höjd är då en kvarts våglängd eller 125 nm.

4. Medelströmmen genom amperemetern är $I = \dfrac{Q}{T} = Qf$, där f är vippans frekvens. Laddningen på den fullt uppladdade kondensatorn (inklusive strökapacitans) är

$$Q = U\left(C + C_{str}\right) = U\left(\varepsilon_0 \frac{A}{d} + C_{str}\right)$$

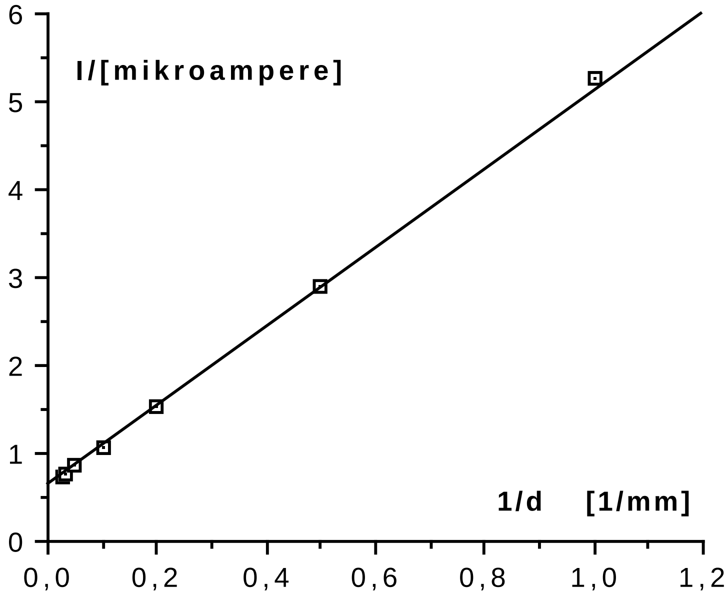
Detta ger

$$I = Uf\varepsilon_0 A \cdot \frac{1}{d} + UfC_{str}$$

Om alltså strömmen plottas som funktion av 1 / d bör vi få en rät linje, vars riktnings-koefficient är proportionell mot den sökta permittiviteten.

Ur grafen fås riktningskoefficienten till $4{,}61 \cdot 10^{-9}$ A/m, vilket med U = 10,4 V, f = 400 Hz och $A = \pi \cdot 0{,}2^2$ m^2 ger

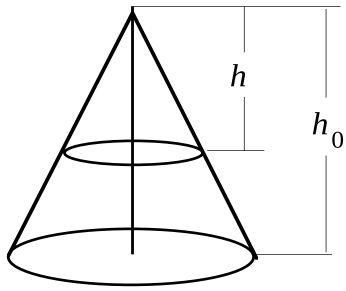
$$\varepsilon_0 = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm.}$$



Strökapacitansen kan avläsas ur punkten där linjen skär I-axeln och är cirka 150 pF.

5. Volymerna på likformiga koner förhåller sig som kuben på höjderna. dvs

$$\frac{V}{V_0} = \frac{h^3}{h_0^3}$$



Vi använder Archimedes' princip. Kraften att lyfta konen som funktion av den del av konen som sticker upp ur vattnet blir då

$$F(h) = \rho_{kon} \cdot V_0 \cdot g - \rho_{vatten} \cdot \left(V_0 - V(h)\right) \cdot g = \rho_{kon} \cdot V_0 \cdot g - \rho_{vatten} \cdot V_0 \cdot g + \rho_{vatten} \cdot V_0 \frac{h^3}{h_0^3} \cdot g$$

Arbetet att lyfta konen blir då

$$A = \int_0^{h_0} F(h) dh = \rho_{kon} V_0 g h_0 - \rho_{vatten} V_0 g h_0 + \rho_{vatten} V_0 g \frac{h_0^4}{4h_0^3} = mgh_0 \left(1 - \frac{3\rho_{vatten}}{4\rho_{kon}}\right)$$

Med insatta data blir arbetet 1,0 J.

6. a) Energin för kärnan delad i två lika delar blir

$$W' = 2 \cdot \left(a_S \left(\frac{A}{2} \right)^{2/3} + a_E \left(\frac{Z}{2} \right)^2 \left(\frac{A}{2} \right)^{-1/3} \right)$$

Gränsvillkoret är att denna energi är densamma som för den odelade kärnan vilket ger

$$a_S A^{2/3} 2^{1/3} + a_E Z^2 A^{-1/3} 2^{-2/3} = a_S A^{2/3} + a_E Z^2 A^{-1/3}$$

eller

$$\frac{Z^2}{A} = \frac{a_S}{a_E} \frac{\left(2^{1/3} - 1\right)}{\left(1 - 2^{-2/3}\right)} = 0,70 \cdot \frac{a_S}{a_E} \approx 16$$

b) Energin för den deformerade kärnan blir

$$W'' = a_S A^{2/3}\left(1 + \tfrac{2}{5}\varepsilon^2\right) + a_E Z^2 A^{-1/3}\left(1 - \tfrac{1}{5}\varepsilon^2\right)$$

Sättes energierna för den odeformerade och deformerade kärnorna lika, får man

$$\frac{Z^2}{A} = \frac{2a_S}{a_E} \approx 47$$

7. Med farten v_u i bottenläget och $v_ö$ i övre läget ger energiprincipen

$$\frac{mv_u^2}{2} = \frac{mv_ö^2}{2} + mg \cdot 2r$$

Tråden nätt och jämnt sträckt i övre läget ger $\dfrac{mv^2}{r} = mg$

Sammanställning ger $v_u = \sqrt{5gr} \approx 5{,}10$ m/s

Farten i övre läget fås genom insättning i energilagen till 2,28 m/s.

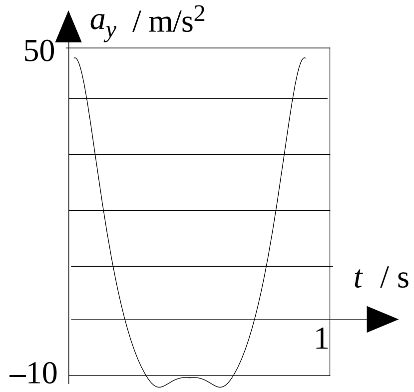
En enkel uppskattning av omloppstiden kan göras med hjälp av medelfarten

$$T = \frac{2\pi r}{\left(v_u + v\ \right)/2} \approx 0{,}90 \text{ s}$$

I övre läget är accelerationen i y-led = tyngdaccelerationen –g = -10 m/s^2.

I undre läget är accelerationen i y-led = centripetalaccelerationen $\dfrac{v_u^2}{r} = 49$ m/s^2

Strax före övre läget är farten riktad uppåt och avtagande vilket ger ett negativt bidrag till accelerationen. Den är därför mindre än -10 m/s^2. Strax efter övre läget är farten riktad nedåt och växande vilket också ger ett negativt bidrag till accelerationen. Den är därför mindre än -10 m/s^2. Grafen visar en skiss av accelerationen som funktion av tiden.



8 a) Dela in materialet i ett antal tunna parallella skikt. Numrera brytningsindex och vinklar med skiktets nummer. Detta ger

$$n_A \sin\alpha = n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 = \ldots = n_B \sin\beta$$

b) Kalla luftens temperatur nära vägytan för T och motsvarande brytningsindex n_T. Villkoret för att se en “vattenpöl“ är att det blir totalreflexion i luftlagret närmast vägytan. Ur uppgifterna i texten får man att infallsvinkeln är 89,63˚. Detta ger för brytningsindex för luften närmast vägbanan av $\dfrac{n_T}{n_{30+273}} = 1{,}00002048$. Från allmänna tillståndslagen får vi att gasens densitet är omvänt proportionell mot dess absoluta temperatur. Vi har

$$\frac{n_{30+273}-1}{n_{15+273}-1} = \frac{15+273}{20+273} \quad \Rightarrow n_{30+273} = 1{,}0002623$$

Alltså blir $n_T = 1{,}002623/1{,}0002048 = 1{,}000242$

$$\frac{n_{15+273}-1}{n_T-1} = \frac{T}{15+273} \quad \Rightarrow T = 328K$$

Den sökta temperaturen är alltså cirka 55 ˚C