FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
4 februari 1999
LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Hela bredden av ljudspåren är av storleksordningen 3-4 cm. Informationen på CD-skivan läses av med laserljus vilket innebär att avståndet mellan spåren måste vara av storleksordningen ljusets våglängd. Man kan också se detta genom att ljudspåren i CD-skivan i reflekterat ljus visar spektralfärger, den fungerar som ett gitter vilket också innebär att avståndet mellan spåren är av samma storleksordning som ljusets våglängd. Vidare är speltiden av en CD-skiva av storleksordningen någon timme. Avståndet mellan spåren blir då av storleksordningen

$$3{,}5\cdot 10^{-2}\ \text{m} / (4000\ \text{s} \cdot 10\ \text{varv/s}) \approx 1\,\mu\text{m}\ .$$

2. Vi kan göra följande tabell

Antal vikningar	Längsta sidan/mm	Tjocklek/mm
0	297	0,1
1	210	0,2
2	148	0,4
3	105	0,8
4	74	1,6
5	52	3,2
6	37	6,4
7	26	12,8
8	18	25,6
9	13	50
10	9	100

Vi ser att efter 7 vikningar blir tjockleken på det vikta pappret av samma storleksordning som papprets längsta sida och det blir omöjligt att fortsätta. Ur tabellen framfår också att om pappret har tjockleken 0,01 mm kommer antalet maximala vikningar att bli omkring 9.

3. Anta att antalet synliga galaxer av typ A och B är respektive N_A och N_B. Vi har

$$Q_0 = \frac{N_A}{N_B}$$

N_B är då antalet ljussvaga galaxer innanför en sfär med radien d_B. Eftersom antalet galaxer är proportionellt mot volymen eller radien i kub kommer antalet galaxer innanför en sfär med radien d_B att vara

$$N_{B,korr} = N_B \frac{d_A^3}{d_B^3}$$

och den verkliga kvoten mellan antalet galaxer att vara

$$Q_{0,korr} = \frac{N_A}{N_{B,korr}} = \frac{N_A}{N_B} \cdot \frac{d_B^3}{d_A^3}$$

4. Klossens acceleration nedför taket kommer, om friktionstalet är *f*, att vara

$$g \sin\alpha - gf \cos\alpha$$

Sträckan den skall glida är $\dfrac{B}{2\cos\alpha}$

Om vi kallar tiden att glida denna sträcka för *t*, har vi, eftersom klossen startar från vila

$$\frac{B}{2\cos\alpha} = \frac{g\sin\alpha - gf\cos\alpha}{2} t^2$$

eller

$$t = \sqrt{\frac{B}{g}} \sqrt{\frac{1}{\cos\alpha(\sin\alpha - f\cos\alpha)}}$$

Vi skall nu minimera *t*. Eftersom detta ger besvärliga räkningar *maximerar* vi i stället funktionen

$$F(\alpha) = \cos\alpha(\sin\alpha - f\cos\alpha) = \tfrac{1}{2}\sin 2\alpha - \tfrac{1}{2} f(1 + \cos 2\alpha)$$

Villkoret $\dfrac{dF}{d\alpha} = 0$ ger direkt $\cot 2\alpha = -f$.

Insättning av $f = 0{,}1$ ger $a \approx 48^\circ$. Numerisk lösning på t ex grafritande räknedosa är naturligtvis fullt acceptabel. Resultatet är ganska okänsligt för värdet på friktionstalet, om detta ligger i intervallet [0; 0,2] kommer takvinkeln att ligga i intervallet [45˚; 51˚] vilket gör att man kan tro att modellen trots all kan fungera ganska bra.

5. Avplattningen beror på att i ett system som följer med i jordens rotation har vi en centrifugalkraft vid ekvatorn som inte finns vid polen. Beräknar vi kvoten mellan denna centrifugalkraft och gravitationskraften för en masspunkt med massan *m* på ekvatorn har vi

$$\frac{4\pi^2 R_j m}{T_j^2} \bigg/ \frac{GmM_j}{R_j^2} = \frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j}$$

där R_j är jordradien, M_j jordens massa, T_j jorddygnets längd och G gravitationskonstanten. Stoppar vi in siffror får denna storhet värdet 0,0034 d v s ganska noga 1/300.

Studera nu pulsaren.

Solmassan = pulsarens massa är cirka $3 \cdot 10^5$ gånger jordmassan.

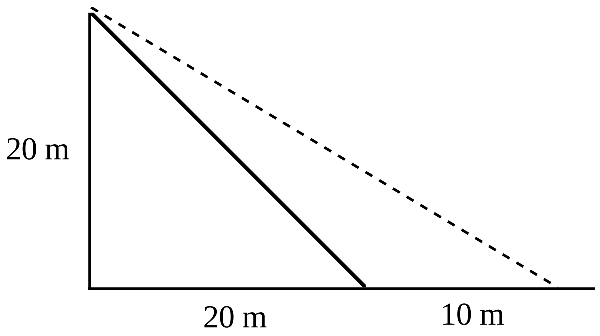
Pulsarens radie är 10^4 / $6{,}37 \cdot 10^6 \approx 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ av jordens radie

Rotationstiden $20 \cdot 10^{-3}$ / 86 400 $\approx 2{,}3 \cdot 10^{-7}$ av jordens. Avplattningen kan då uppskattas till

$$\frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j} \cdot \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-3}\right)^3}{\left(2{,}7 \cdot 10^{-7}\right)^2 \cdot 3 \cdot 10^5} = 0{,}2 \cdot \frac{4\pi^2 R_j^3}{T_j^2 GM_j}$$

d v s trots den snabba rotationen kan pulsaren förväntas ha en avplattning som är 1/5 av jordens.

6. Informationen i texten medför att höjden och djupet på ett trappsteg kan beräknas till 0,22 m. För att få en reflex från understa trappsteget skall detta avstånd motsvara en halv våglängd hos ljudet. Om vi antar en ljudfart på 340 m/s blir frekvensen cirka 770 Hz. Tiden för ljuset att gå fram och tillbaka blir 60 ms. Vi studerar nu ljudets reflexion från de översta trappstegen



Avståndet till det översta trappsteget blir med Pythagoras sats $\sqrt{20^2 + 30^2} = 36{,}06$ m. Avståndet till det näst översta steget blir $\sqrt{(20 - 0{,}22)^2 + (30 - 0{,}22)^2} = 35{,}75$ m. Våglängden på det reflekterade ljudet blir då (36,06 – 35,75) m = 0,31 m vilket ger en frekvens av cirka 550 Hz. Tiden för ljudet att gå fram och tillbaka blir omkring 210 ms.

Ekot kommer alltså att börja som en ton med en frekvens av cirka 770 Hz som efterhand sjunker i tonhöjd och slutar med en frekvens av 550 Hz. Hela förloppet tar cirka 0,15 sekunder.

7. a) Resistansen i det ledande materialet mellan plattorna ges av $R = \rho \dfrac{d}{A}$,

där ρ är materialets resistivitet, *d* avståndet mellan plattorna och *A* plattornas area. Eftersom plattkondensatorns kapacitans är $C = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$ får vi direkt $R = \dfrac{\varepsilon_0 \rho}{C}$.

b) Spänningen mellan kulorna ges av $U = \dfrac{|q|}{2\pi\varepsilon_0 r}$ vilket innebär att kapacitansen blir

$C = \dfrac{|q|}{U} = 2\pi\varepsilon_0 r$. Sättes detta in i sambandet i a) får man $R = \dfrac{\varepsilon_0 \rho}{2\pi\varepsilon_0 r} = \dfrac{\rho}{2\pi r}$

eller $\rho = 2\pi r R$. Resistiviteten är direkt proportionell mot den uppmätta resistansen.

8. Den i slingan inducerade spänningen blir $U = \dfrac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \dfrac{dB}{dt}$

där *r* är slingans radie och *B* den magnetiska flödestätheten i slingan.

Strömmen i slingan blir då $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{\pi r^2}{R} \dfrac{dB}{dt}$, där *R* är slingans resistans.

Den inducerade strömmen kommer att ha en riktning sådan att den horisontella komponenten av magnetfältet försöker lyfta ringen. Lyftkraften blir

$$B \cdot \sin 10^\circ \cdot 2\pi r \cdot I = \sin 10^\circ \cdot \frac{2\pi^2 r^3}{R} \cdot B \cdot \frac{dB}{dt} = \sin 10^\circ \cdot \frac{2\pi^2 r^3}{R} \cdot k^2 \cdot t$$

När lyftkraften blir lika stor som tyngdkraften lyfter ringen. Insättning av numeriska värden ger t = 12 ms.