FYSIKTÄVLINGEN

Finalen - teori
13 maj 2000

LÖSNINGSFÖRSLAG

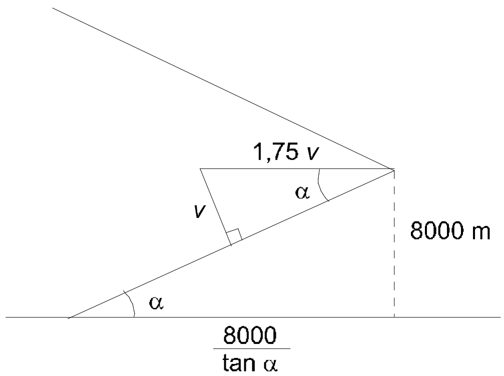
SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Chockvågen från Concordeplanet rör sig med samma horisontella hastighet som Concordeplanet d v s 1,75   320 m/s ≈ 560 m/s. Den horisontella sträcka som chockvågen har att tillryggalägga från den tidpunkt då planet befinner sig rakt ovanför observatören tills den når observatören är enligt figuren

$\frac{8000}{\tan\alpha}$ där $\sin\alpha = \frac{v}{1{,}75\ \ v}$ som ger $\alpha \approx 34{,}8^\circ$ vilket ger den sökta sträckan

$\frac{8000}{\tan 34{,}8^\circ} \approx 11\,510 \text{ m}$.

Den sökta tiden kan då beräknas med $t = \frac{11510}{560}$ s ≈ 20,6 s



Svar: Ljudet når observatören 21 s efter det att planet befann sig rakt ovanför observatören.

2. Den inducerade spänningen, e , ges av $e = -N\ \frac{d\phi}{dt} = -N\ \frac{d}{dt}(B\ \ A) = -N\ \ A\ \frac{dB}{dt}$.

Ur detta samband fås $\frac{dB}{dt} = -\frac{1}{N\ \ A}\ \ e = -\frac{1}{N\ \ A}\ \ \hat{e}\ \ \sin(\omega\, t)$ som ger

$B(t) = \int -\frac{1}{N\ \ A}\ \hat{e}\ \ \sin(\omega\ t)dt = \frac{1}{N\ \ A\ \ \omega}\ \ \hat{e}\ \ \cos(\omega\, t) = \hat{B}\ \ \cos(\omega\ \mathrm{t})$.

Detta medför då att $\hat{B} = \frac{\hat{e}}{N\ \ A\ \ \omega} = \frac{0{,}60\ \ \mathrm{V}\ 18{,}8\mu\ \mathrm{s}}{1\,200\ \ 0{,}0009\ \mathrm{m}^2\ \ 2\pi} \approx 1{,}7\mu\ \mathrm{T}$

Svar: Den magnetiska flödestäthetens amplitud framför datorskärmen är 1,7 μT.

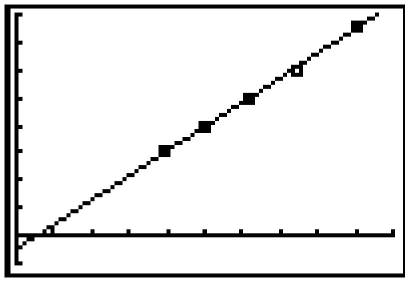
3. Förhållandet mellan antalet neutroner och protoner är enligt texten 1:7. Det betyder att om det finns 2 n neutroner finns det 14 n protoner. Alla neutroner används för att bilda n ^{4}He-kärnor. Då återstår 12 n protoner som utgör lika många vätekärnor.

Det sökta viktsförhållandet $\frac{12n}{16n} = 75\%$ väte och $\frac{4n}{16n} = 25\%$ helium.

Svar: Det finns 75 % väte och 25 % helium.

4. a) Ändkorrektionen får störst betydelse för de kortaste längderna av luftpelaren i provröret. Det är därför inte möjligt att beräkna ljudhastigheten direkt ur de uppmätta värdena.
Antag att ändkorrektionen är a. Våglängden kommer då att bli 4 (d + a) eftersom svängningen sker i en halvöppen pipa.

Vi får då $4 \cdot (d + a) \cdot f = v$ där f är frekvensen och v ljudets hastighet i provrörets luftpelare. Detta ger $d = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f} - a$ som ritas med hjälp av en grafisk räknare och en rät linje anpassas till mätpunkterna. Detta ger riktningskoefficienten 88,5 som motsvarar ljudfarten 354 m/s och axelskärningen a = 9,6 mm som motsvarar ändkorrektionen.



b) Det erhållna värdet på ljudhastigheten förefaller något högt jämfört med tabellvärdet 331 m/s vid 0 ° C. Det högre värdet kan förklaras med att temperaturen på luften i provröret är högre än rumstemperaturen. Ljudhastigheten är proportionell mot kvadratroten ur absoluta temperaturen vilket i det här fallet skulle innebära att lufttemperaturen i provröret skulle vara $\frac{354}{331} = \sqrt{\frac{T}{273}}$ som ger $T = \frac{354^2}{331^2} \cdot 273 \approx 312$ K (39 °C) . Denna temperatur förefaller dock något hög eftersom det knappast är rimligt att den skulle vara över kroppstemperaturen. Den noggrannhet med vilken vi bestämt ändkorrektionen har emellertid även betydelse för den noggrannhet som vi kan få på temperaturen.

Svar: a) Ljudfarten i provröret är 354 m/s och ändkorrektionen är 9,6 mm.
b) Ljudfarten är högre än tabellvärdet eftersom luftens temperatur i provröret är högre än rumstemperaturen. Högre temperatur ger högre ljudfart.

5. Hastigheten v då bollen kommer ner på bordet ges av energiprincipen.

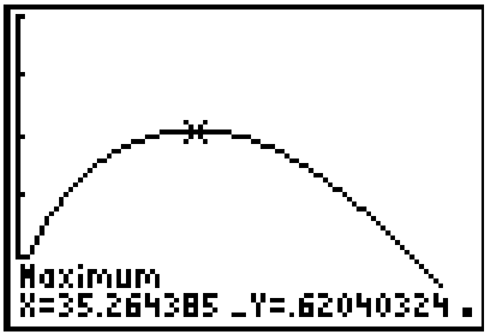
$mgh = \frac{mv^2}{2}$ ger $v = \sqrt{2gh}$ som har den horisontella komposanten $v_x = \sqrt{2gh} \cdot \cos\theta$.

Rotationsenergin försummas.
För höjden h gäller att den kan skrivas som $h = r \cdot \sin\theta$ där r är det lutande planets längd.
Detta ger $v_x = \sqrt{2gh} \cdot \cos\theta = \sqrt{2g \cdot r} \cdot \sqrt{\sin\theta} \cdot \cos\theta$.
För att hitta maximum deriveras funktionen och derivatan sätts lika med 0.

$$\frac{dv_x}{d\theta} = \sqrt{2gr}\left(\sqrt{\sin\theta} \cdot (-\sin\theta) + \frac{\cos\theta}{2 \cdot \sqrt{\sin\theta}} \cdot \cos\theta\right) = \sqrt{2gr}\left(\frac{-2 \cdot \sin^2\theta + \cos^2\theta}{2 \cdot \sqrt{\sin\theta}}\right)$$

$2 \cdot \sin^2\theta = \cos^2\theta$ ger $\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{2}}$ som ger $\theta = 35{,}3^\circ$

En alternativ lösning är att rita funktionen $v_x = \sqrt{\sin\theta}\ \cos\theta$ med hjälp av en grafritande räknare och söka maximum med hjälp av räknaren. Resultatet av en sådan beräkning visas nedan.



Svar: Bollen får högst hastighet då lutningsvinkeln θ är 35°.

6. Svängningen är av samma typ som en enkel harmonisk svängning det vill säga svängningstiden kan bestämmas med hjälp av sambandet

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ där massan m = 0,027 kg.

Fjäderkonstanten k kan bestämmas ur sambandet $k = \dfrac{F}{y}$ där F är den extra lyftkraft som vätskan ger då areometern pressas ner sträckan y. Denna lyftkraft är enligt Arkimedes princip lika med tyngden av den undanträngda vätskan.

$F = \pi\ r^2\ y\ \rho$ där r är glasrörets ytterradie och ρ är vätskans densitet.

Detta ger fjäderkonstanten

$$k = \frac{F}{y} = \frac{\pi\ r^2\ y\ \rho\ g}{y} = \pi\ r^2\ \rho\ g = \pi\ 0{,}0055\ 1000\ 9{,}82 = 0{,}933 \text{ N/m}$$

Svängningstiden fås då som $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}027}{0{,}933}} \approx 1{,}1\text{s}$

Svar: Svängningstiden för areometern blir 1,1 s.

7. Vridmomenten kring punkten A används för att ställa upp det sökta villkoret. Med figurens beteckningar får vi

$$F(R-H) = Mg\ \sqrt{R^2-(R-H)^2}$$

som ger

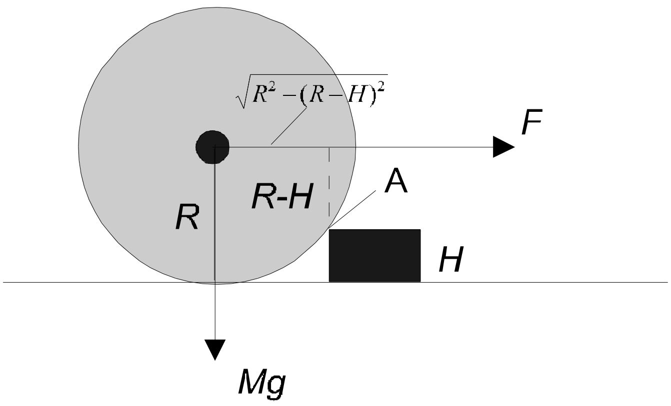
$$F(R-H) = Mg\ \sqrt{2RH-H^2}$$

vilket omformas till

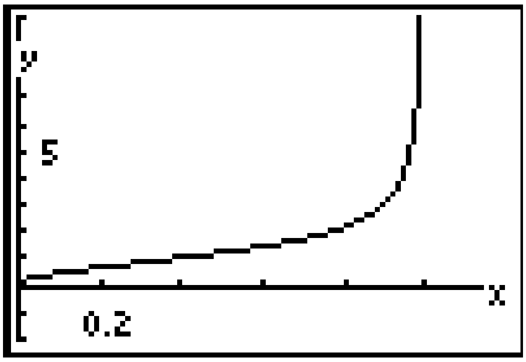
$$\frac{F}{Mg} = \frac{\sqrt{2\ \dfrac{H}{R} - \left(\dfrac{H}{R}\right)^2}}{\left(1-\dfrac{H}{R}\right)}$$

som efter den föreslagna substitutionen ger

$$y = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{1-x}.$$



Grafens utseende framgår av diagrammet nedan. Funktionen har en vertikal asymptot för $x = 1$



Svar: Den sökta funktionen är $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^2}}{1 - x}$

8. Trots att sidvinden är vinkelrät mot Elsas färdriktning kommer den resulterande vindriktningen av fartvinden och sidvinden att påverka det luftmotstånd Elsa upplever under cyklingen. Luftmotståndet i färdriktningen blir då proportionellt mot komposanten i denna riktning av den totala luftmotståndskraften som är proportionell mot kvadraten på luftens relativa hastighet i förhållande till Elsa.
Det är likgiltigt om Elsa cyklar mot norr eller söder – resultatet blir detsamma.

Den effekt som Elsa utvecklar beräknas enligt sambandet

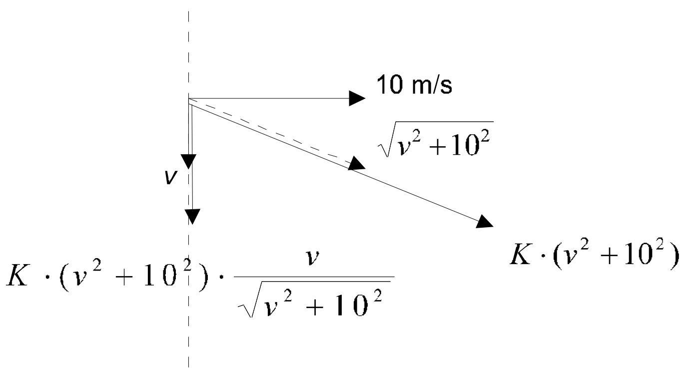
$$P = F \cdot v = K \cdot (v^2 + 10^2) \cdot \cos\alpha \cdot v = K \cdot (v^2 + 10^2) \cdot \frac{v}{\sqrt{v^2 + 10^2}} \cdot v$$

där $v = \dfrac{10^4}{30 \cdot 60}$ m/s $= \dfrac{100}{18}$ m/s.

Insatta värden ger $P \approx 404\ K$.
Om Elsa utvecklar samma effekt då det är vindstilla tar cykelturen tiden t istället för 30 minuter. Elsas effektutveckling kan i detta fall skrivas som

$$P = F \cdot v = K \cdot v^2 \cdot v = K \cdot \left(\frac{10^4}{t}\right)^2 \cdot \frac{10^4}{t} \approx 404 \cdot K$$

som ger tiden t = 1353 s ≈ 22,5 minuter.



Svar: Då det är vindstilla tar alltså Elsas cykeltur 22,5 minuter istället för 30 minuter.