FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
3 februari 2000

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. a) Den vattenmängd som passerar slangen per sekund måste också passera något av de 18 hålen.
Den vattenmängd som passerar slangen per sekund ges av

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v \approx \pi \cdot 0{,}005^2 \cdot 0{,}5 \approx 3{,}93 \cdot 10^{-5} \ \ \text{m}^3$$

Denna vattenmängd passerar också de 18 hålen med hastigheten v

$$V = 18 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v \approx 18 \cdot \pi \cdot 0{,}001^2 \cdot v$$

Detta ger v = 0,694 m/s som alltså utgör vattnets hastighet då det strömmar ut ur hålen i duschmunstycket.
Svar: 0,69 m/s

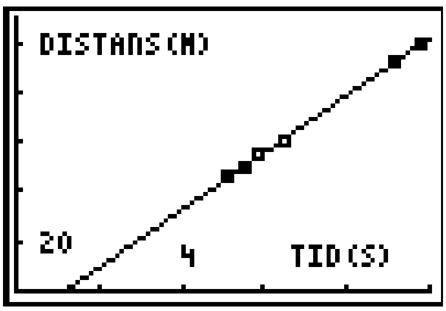
b) Den kinetiska energin före är $W_k = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \dfrac{1000 \cdot 3{,}93 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}5^2}{2} \approx 4{,}9\,\text{mJ}$
För den vattenmängd som passerar slangen per sekund.

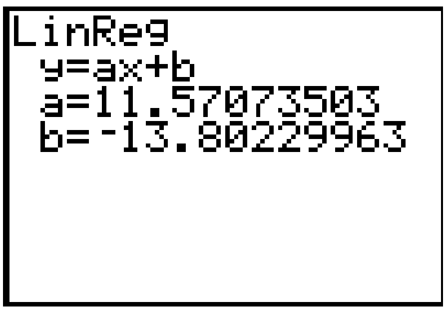
Den kinetiska energin efter blir

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \frac{1000 \cdot 18 \cdot \pi \cdot 0{,}001^2 \cdot 0{,}693 \cdot 0{,}693^2}{2} \approx 9{,}4\,\text{mJ}$$ för samma vattenmängd.

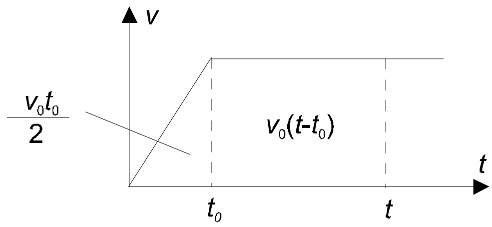
Svar: Den kinetiska energin hos vattnet har ökat på grund av det arbete som vattentrycket har utövat på det då det pressats ut ur duschen.

2. Rita distansen som funktion av tiden och anpassa en rät linje till punkterna.
Riktningskoefficienten för denna linje motsvarar den konstanta hastigheten v_0 =11,57 m/s.
Bilderna nedan på det grafiska fönstret av en räknare visar resultaten.





För att bestämma t_0 och a använder vi oss av följande diagram.



Distansen, s , blir enligt diagrammet $s=\frac{v_0t_0}{2}+v_0(t-t_0)=v_0t-\frac{v_0t_0}{2}$.

Eftersom värdet på b d v s 13,8 i rutan ovanför motsvarar $\frac{v_0t_0}{2}$ och v_0 = 11,57 m/s kan nu t_0 beräknas till 2,4 s.

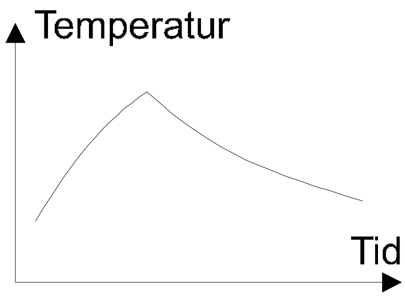
Slutligen beräknas accelerationen $a=\frac{v_0}{t_0}=\frac{11{,}57}{2{,}4}\approx 4{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Svar: v_0 = 11,6 m/s, t_0 = 2,4 s och a = 4,8 m/s^2.

3. Lutningen på grafen strax före ”brytpunkten” gör det möjligt att bestämma ett värde på den instrålade nettoeffekten $P_{netto} = P_{in}-P_{ut}$. Lutningen på grafen efter brytpunkten gör det möjligt att bestämma den utstrålade effekten P_{ut}. Vi kan beräkna $P_{netto}=\frac{\Delta W_{netto}}{\Delta t}=\frac{c\cdot m\cdot \Delta T_1}{\Delta t}$ där c är kaffets specifika värmekapacitet, m kaffets massa och ΔT_1 temperaturhöjningen under tiden Δt. På samma sätt kan vi bestämma den utstrålade effekten $P_{ut}=\frac{\Delta W_{ut}}{\Delta t}=\frac{c\cdot m\cdot \Delta T_2}{\Delta t}$. Det är lämpligt att välja förhållandevis små temperaturskillnader eftersom beräkningarna förutsätter linjära förlopp.

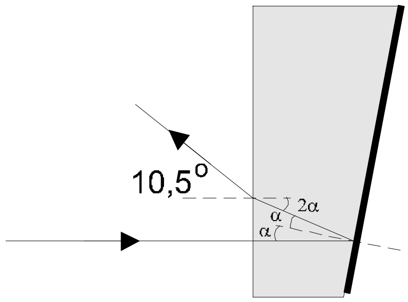
Den instrålade effekten kan beräknas ur $P_{in}=P_{netto}+P_{ut}$.

Den area av provröret som utsätts för strålningen blir $A = d\cdot h$ där d är provrörets diameter och h är kaffepelarens höjd.



Instrålningens effekt per kvadratmeter ges av $\frac{P_{in}}{A}$.

4. Följ en infallande stråle som är vinkelrät mot den främre glasytan.



Då denna möter den bakre reflekterande glasytan blir infallsvinkeln, α - densamma som vinkeln mellan de båda glasytorna. Efter reflexionen mot den speglande baksidan når strålen den främre glasytan med infallsvinkeln 2α. Brytningsvinkeln i denna ytan är 10,5 °. Då ger brytningslagen

$n \cdot \sin(2\alpha) = \sin 10{,}5^{\circ}$ som ger $\sin(2\alpha) = \dfrac{\sin 10{,}5^{\circ}}{1{,}5}$ vilket motsvarar $\alpha \approx 3{,}5°$.

Anmärkning: Eftersom vinklarna är små kan vi med god noggrannhet säga att den sökta vinkeln är en tredjedel av den uppmätta vinkeln 10,5 °.

Svar: Vinkeln mellan de båda sidoytorna är 3,5°.

5. Energiprincipen ger $mgy + \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv_{\max}^2}{2}$ d v s $y = \dfrac{1}{2g}(v_{\max}^2 - v^2)$

Enligt texten är $x = A\sin\omega t$ $\quad v_x = A\omega\cos\omega t$ $\quad v_{x\max} = A\omega$

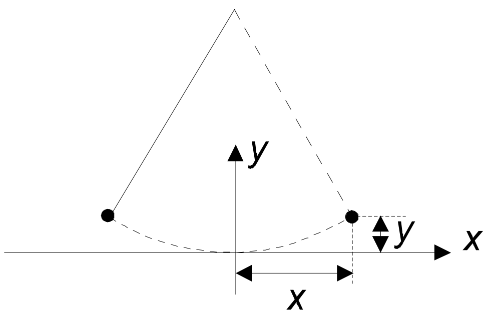
För små svängningar gäller $v \approx v_x$ och $v_{\max} = v_{x\max}$.

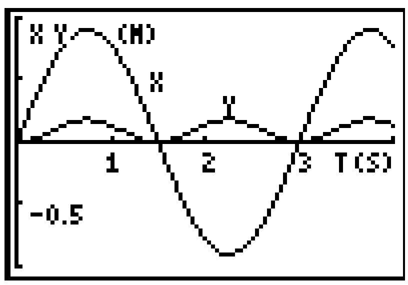
Detta ger $y = \dfrac{1}{2g}(A^2\omega^2 - A^2\omega^2 \cdot \cos^2\omega t) = \dfrac{A^2\omega^2}{2g}(1-\cos^2\omega t) = \dfrac{A^2\omega^2}{2g} \cdot \dfrac{1-\cos 2\omega t}{2}$

I det sista ledet har övergång till dubbla vinkeln skett.
Det erhållna uttrycket förenklas så till sist till

$$y = \frac{A^2\omega^2}{4g}(1-\cos 2\omega t) \approx 0{,}090(1-\cos 4{,}19t) \text{ m}$$

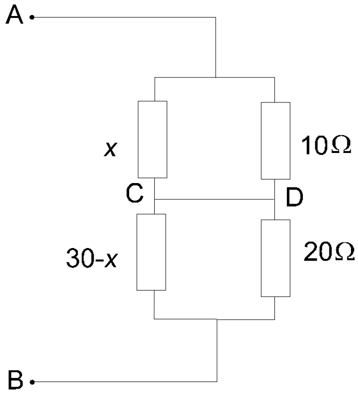
Diagrammet visar de båda graferna för läget i *x*-led respektive *y*-led.





Svar: $y = 0{,}090(1-\cos 4{,}19t)$ m

6. Kopplingen är likvärdig med nedanstående kopplingsschema.



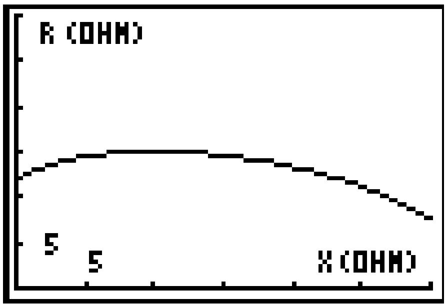
Eftersom punkterna C och D har samma potential kan vi se kretsen som en seriekoppling av två parallellkopplingar. För de två parallellkopplingarna gäller

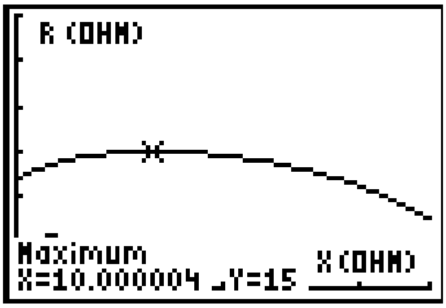
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{10} \text{ och } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{(30-x)} + \frac{1}{20}$$

som tillsammans ger

$$R = R_1 + R_2 = \frac{10x}{10+x} + \frac{(30-x)\cdot 20}{50-x}$$

Om denna grafen ritas erhålls diagrammet nedan. Maximum bestäms med hjälp av räknaren . Resultatet framgår av den högra bilden.





Svar: Den maximala resistansen blir 15 Ω och erhålls då *x* väljs till 10 Ω.

Vi kan naturligtvis också lösa problemet genom att derivera *R* med avseende på *x.*

$$\frac{dR}{dx} = \frac{100}{(10+x)^2} - \frac{400}{(50-x)^2}$$

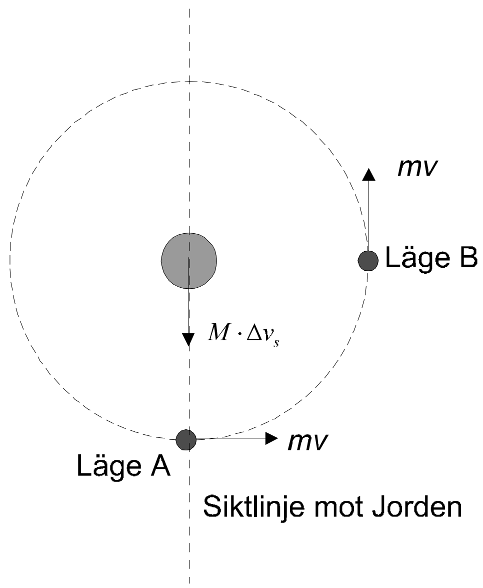
Om derivatan sätts lika med noll fås lösningarna x_1= 10 och x_2 = -70. Av dessa lösningar är det endast den första som är intressant. Om funktionsvärdet på *R* undersöks för *x* lika med noll, 10 respektive 30 Ω kan vi också övertyga oss om att det är ett maxvärde då *x* är 10 Ω.

x(Ω)	*R* (Ω)
0	12
10	15
30	7,5

7. Med hjälp av gravitationen, som utgör centripetalkraft i planetens rörelse kring Gliese 86 kan planetens avstånd, r , till stjärnan bestämmas med hjälp av gravitationslagen. Planetens massa är m och Gliese har massan M som enligt texten är 0,79 solmassor vilket enligt tabellverk motsvarar $1{,}57\cdot10^{30}$ kg.
Vi utnyttjar också att planetens omloppstid T är 15,8 dygn $\approx 1{,}365 \cdot 10^6$ s.

$$mr \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^2} \text{ som ger } r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

Insatta värden på G, M och T ger $r = 17\cdot10^6$ km.



För att beräkna planetens massa utnyttjar vi att den totala rörelsemängden ska bevaras. Om vi antar att siktlinjen mot Jorden ges av den streckade linjen i figuren nedan ser vi att rörelsemängden i denna riktning avtar med, mv , från läge A till läge B. Då måste rörelsemängden för stjärnan i denna riktning öka med samma belopp, $M\cdot\Delta v_s$.

Hastighetsändringen kan enligt diagrammet avläsas till 0,37 km/s. Planetens massa ges då av uttrycket:

$$m = \frac{M \cdot \Delta v_s}{v}$$

Planetens hastighet v kan beräknas ut sambandet för centripetalkraften:

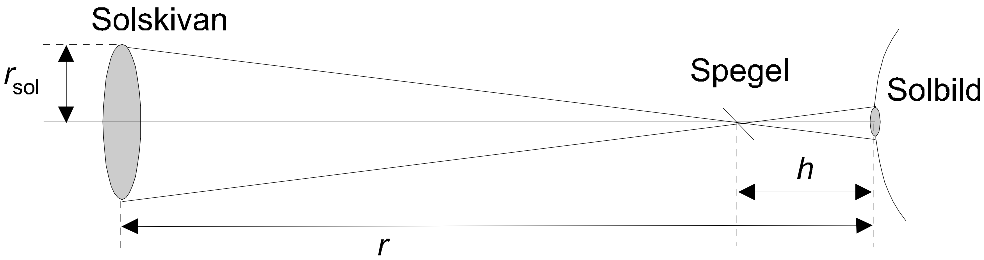
$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \text{ som ger } v = \sqrt{\frac{MG}{r}} \approx 78{,}5 \text{ km/s}$$

Detta ger i sin tur $m \approx 7{,}4\cdot10^{27}$ kg $\approx$ 3,9 jupitermassor.
Vi har då förutsatt att planeten och stjärnan rör sig i siktlinjens plan. Om inte så är fallet blir variationen i stjärnans hastighet, Δv_s , större, vilket motsvarar ett högre värde på m enligt sambandet ovan. Det erhållna värdet är alltså en undre gräns för planetmassan.

Svar: Planetens avstånd är $17\cdot10^6$ km och dess massa är minst 3,9 jupitermassor.

8. Den belysta arean på jordytan utgörs av solbilden i ”hålkameran”. Solbildens area beräknas ur sambandet – areaskalan är kvadraten på längdskalan.

$$\frac{A_{solbild}}{A_{sol}} = \frac{h^2}{(r-h)^2} \approx \frac{h^2}{r^2} \qquad A_{solbild} = \frac{A_{sol} \cdot h^2}{r^2} \approx \frac{\pi \cdot (7{,}0 \cdot 10^8)^2 (4 \cdot 10^5)^2}{(1{,}5 \cdot 10^{11})^2} \approx 11 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 11 \,\text{km}^2$$



Det ljusflöde som träffar spegeln (hålkamerans öppning) bestäms enligt sambanden nedan där först den area som solljuset möter beräknas

$$A = A_{spegel} \cdot \cos 45 = \pi \cdot 12{,}5^2 \cdot \cos 45 \approx 350 \,\text{m}^2$$

Det ljusflöde som träffar denna area beräknas med hjälp av belysningen $E_{sol} = 1 \cdot 10^5$ lux

$$\phi = E \cdot A = 1 \cdot 10^5 \cdot 350 = 3{,}5 \cdot 10^7 \text{ lumen}$$

Detta ljusflöde ska sedan i sin tur fördelas på solbilden – den belysta arean på jordytan vilket ger belysningen *E*.

$$E = \frac{\phi}{A_{solbild}} = \frac{3{,}5 \cdot 10^7}{11 \cdot 10^6} \approx 3 \,\text{lux}$$

Den erhållna belysningen kan verka blygsam men den motsvarar belysningen av 13 fullmånar.

Svar: Den belysta ytan blir 11 km² och belysningen från spegeln på jordytan blir 3 lux.