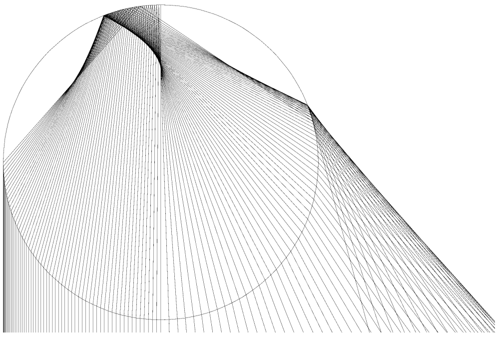


FYSIKTÄVLINGEN

Finalen - teori
12 maj 2001

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Vi beräknar först lyftkraften för en ballong. Antag att ballongen är sfärisk med diametern 30 cm. Den har då volymen $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 0{,}15^3}{3} \approx 0{,}014\ \mathrm{m}^3$. Lyftkraften är tyngden av den undanträngda luften vilket motsvarar $F_{\text{lyft}} = mg = \rho V g \approx 1{,}29 \cdot 0{,}014 \cdot 9{,}82\ \mathrm{N} \approx 0{,}18\ \mathrm{N}$. Denna kraft skall först användas för att lyfta samma volym helium samt ballongens tyngd. Heliumgasen i ballongen har tyngden $F_{\text{helium}} = \rho V g \approx 0{,}18 \cdot 0{,}014 \cdot 9{,}82\ \mathrm{N} \approx 0{,}02\ \mathrm{N}$. Om vi antar att ballongen väger 2 g och alltså har tyngden 0,02 N blir den återstående lyftkraften 0,14 N. Denna lyftkraft kan användas för att lyfta en person. Om vi antar att personen väger 70 kg

d v s har tyngden 700 N behövs alltså $\frac{700}{0{,}14} \approx 5000$ ballonger.

Svar: Med de angivna villkoren skulle det behövas 5 000 ballonger för att lyfta en person som väger 70 kg.

2. Aktiviteten för en nuklid ges av sambandet $\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}$ där sönderfallskonstanten

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{½}}$ och $T_{½}$ är halveringstiden. Eftersom de aktuella halveringstiderna är långa ($\lambda << 1$)

gäller $e^{-\lambda t} \approx 1$ för korta tider. Detta ger $\frac{dN}{dt} \approx -\lambda N_0 = -\frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot \frac{p \cdot 10^{-3}}{A} \cdot N_{\mathrm{A}}$ (Bq/g)

där p är den procentuella förekomsten A är atomvikten och N_{A} är Avogadros tal. Tabellen nedan visar resultaten för de ingående nukliderna.

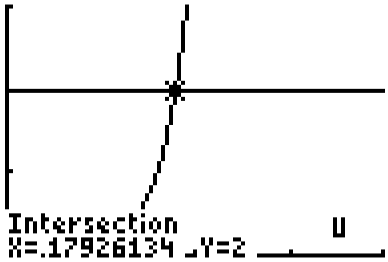
Naturligt uran			**Utarmat uran**		
Isotop	Procentuell del (%)	Aktivitet/(Bq/g)	Isotop	Procentuell del (%)	Aktivitet/(Bq/g)
^{238}U	99,2745	12,4	^{238}U	99,8000	12,4
^{235}U	0,7200	0,58	^{235}U	0,2000	0,16
^{234}U	0,0055	12,7	^{234}U	0,0010	2,3
Total aktivitet		25,7	Total aktivitet		14,9

Svar: Aktiviteten från 1 g naturligt uran är 26 Bq/g och från 1 g utarmat uran är den 15 Bq/g. Aktiviteten minskar alltså med 42 %.

3. Kirchhoffs andra lag ger

$$U + 1 \cdot I_s \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) = 2\,\text{V}.$$

Denna ekvation kan inte lösas algebraiskt.
Sätt in givna värden på I_s och T samt konstanterna e och k.
Rita vänsterledet och högerledet med hjälp av en grafisk räknare och bestäm det värde på U för vilket likhet inträffar.



Av diagrammet framgår att lösningen till ekvationen ovan är U = 0,179 V vilket alltså är den sökta spänningen över dioden.

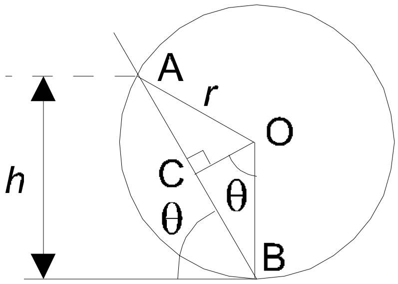
Svar. Spänningen över dioden är 0,179 V

4. Lägesenergin ges av avståndsskillnaden mellan det högsta och lägsta läget i *y*-*t*-diagrammet.
$h = (0{,}71 - 0{,}48)\,\text{m} = 0{,}23\,\text{m}$
Det motsvarar en lägesenergi $W_{\text{pot}} = mgh = 0{,}438 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}23\,\text{J} = 0{,}989\,\text{J}$ i den högsta punkten.
Hastigheten i den lägsta punkten ges av *v*-*t*-diagrammet till 0,12 m/s.
Den kinetiska translationsenergin ges av $W_{\text{kin}} = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{0{,}438 \cdot 0{,}12^2}{2}\,\text{J} \approx 0{,}003\,\text{J}$.
Energiprincipen ger då rotationsenergin $W_{\text{rot}} = (0{,}989 - 0{,}003)\,\text{J} = 0{,}986\,\text{J}$.
Hjulets vinkelhastighet ω ges av sambandet $\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{0{,}12}{0{,}003}\,\text{rad/s} = 40\,\text{rad/s}$ eftersom axelradien är 3,0 mm.
Vi använder sedan det givna sambandet $W_{\text{rot}} = \dfrac{I\omega^2}{2}$ för att beräkna

$$I = \frac{2 \cdot W_{\text{rot}}}{\omega^2} = \frac{2 \cdot 0{,}986}{40^2}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \approx 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Svar: Hjulets rotationsenergi är 0,99 J och det har vinkelhastigheten 40 rad/s. Hjulets tröghetsmoment är $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2.

5. Rörelsen nedför det lutande planet är likformigt accelererad. Det betyder att tiden kan beräknas med hjälp av medelhastigheten. Vi bestämmer därför sträckan AB och sluthastigheten i punkten B med hjälp av energiprincipen. Vi använder därvid att vinkeln COB är lika med vinkeln mellan tangenten i punkten B och kordan AB enligt sambandet mellan medelpunktsvinklar och bågvinklar.



Hastigheten i B fås ur sambandet $\frac{mv_{\mathrm{B}}^2}{2} = mgh$ som ger $v_{\mathrm{B}} = \sqrt{2gh}$. Ur figuren ovan får vi

$h = \mathrm{AB} \cdot \sin\theta = 2\mathrm{BC}\sin\theta = 2 \cdot r\sin\theta \cdot \sin\theta = 2r\sin^2\theta$ som ger

$v_{\mathrm{B}} = \sqrt{2g \cdot 2r\sin^2\theta} = 2\sin\theta \cdot \sqrt{rg}$ och $v_{\mathrm{Medel}} = \sin\theta \cdot \sqrt{rg}$.

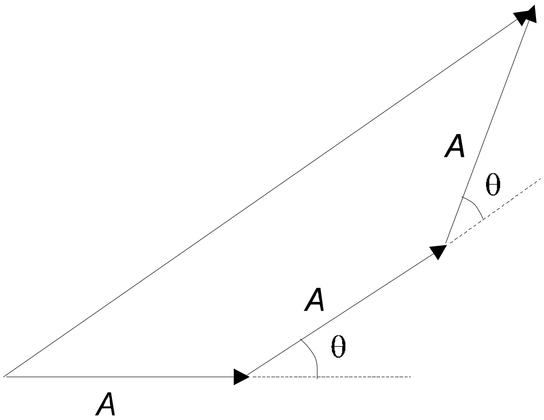
Sträckan $\mathrm{AB} = 2 \cdot r\sin\theta$.

Detta ger då $t = \frac{AB}{v_{\mathrm{Medel}}} = \frac{2r\sin\theta}{\sqrt{rg}\,\sin\theta} = 2 \cdot \sqrt{\frac{r}{g}}$ vilket visar att det inte finns någon kortaste tid.

Tiden är oberoende av vinkeln θ.

Svar: Tiden är oberoende av vinkeln θ.

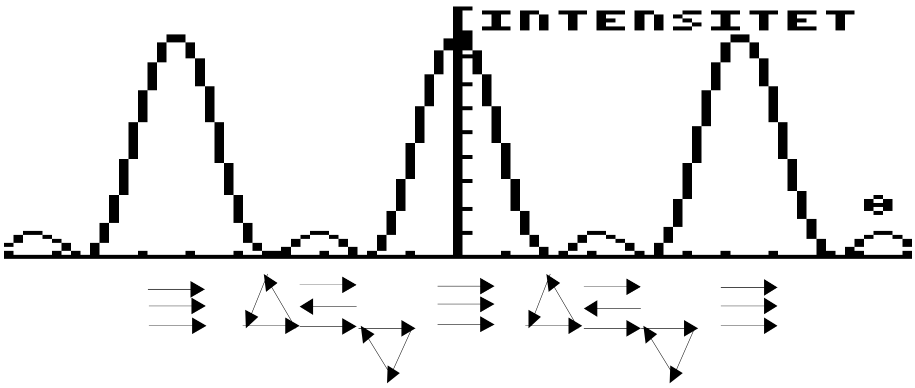
6. Var och en av de tre spalterna bidrar med en vektor som är fasförskjuten vinkeln θ i förhållande till grannen.
De tre vektorerna med den inbördes fasskillnaden θ adderas i koordinatform.



Den resulterande amplituden i x-led blir då $R_x = A + A \cdot \cos\theta + A \cdot \cos 2\theta$.

Den resulterande amplituden i y-led blir då $R_y = A \cdot \sin\theta + A \cdot \sin 2\theta$.

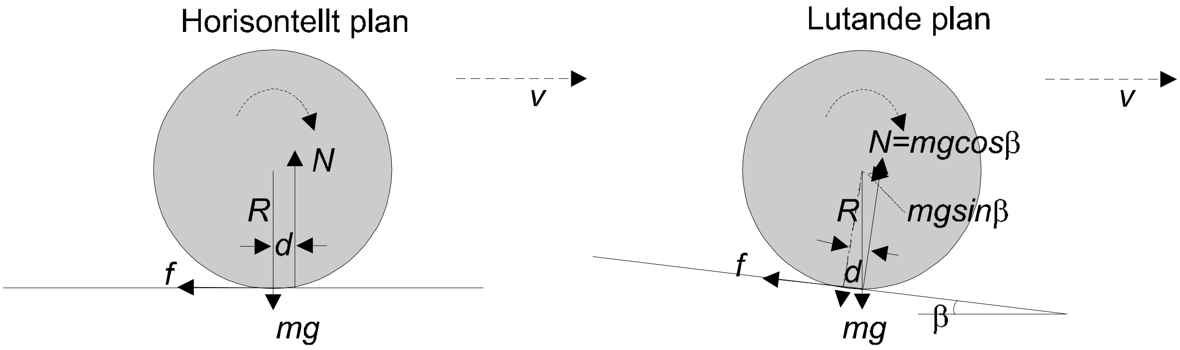
Den resulterande intensiteten blir då $I_R = A^2\left((1+\cos\theta+\cos 2\theta)^2 + (\sin\theta+\sin 2\theta)^2\right)$. Grafen till detta uttryck visas också nedan. Det uppkommer ett så kallat sekundärmaximum mellan de stora topparna. De stora topparna har intensiteten $(3A)^2 = 9A^2$ medan sekundärmaxima får intensiteten $(A)^2 = A^2$. Under grafen illustreras några intressanta vektorlägen.



Svar: Intensiteten som funktion av vinkeln ges av uttrycket

$$I_R = A^2\left((1+\cos\theta+\cos 2\theta)^2+(\sin\theta+\sin 2\theta)^2\right)$$

7. Reaktionskraften som bromsar kulan är resultanten till normalkraften *N* och friktionskraften *f*. Antag normalkraften *N* har hävarmen *d* relativt masscentrum. Friktionskraften *f* har hävarmen *R*.



Om *s* betecknar inbromsningssträckan och *t* inbromsningstiden på det horisontella planet fås sambanden.

$$f = ma$$

$$s=\frac{at^2}{2} \Leftrightarrow a=\frac{2s}{t^2}$$

$$Nd - fR = I\alpha = \frac{2}{5}mR^2\cdot\frac{a}{R}=\frac{2}{5}mRa$$

$$N = mg$$

Dessa samband ger $d=\dfrac{14Rs}{5gt^2}$

Om planet lutas vinkeln β kompenseras inbromsningen. Det bromsande kraftmomentet blir noll och accelerationen blir noll. (Det betyder att resultanten till *N* och *f* är riktad genom kulans medelpunkt. *N* och *f* är ej ritade skalenligt i figuren.)
Dessa villkor ger sambanden:

$$f - mg\sin\beta = 0$$

$$Nd - fR = 0 \Leftrightarrow mg\cos\beta\cdot d - fR = 0$$

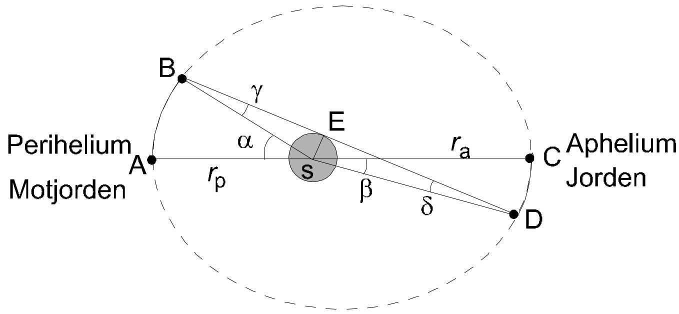
Detta ger $\tan\beta=\dfrac{d}{R}=\dfrac{14Rs}{R5gt^2}=\dfrac{14s}{5gt^2}=\dfrac{14\cdot 0{,}15}{5\cdot 9{,}82\cdot 4^2}\approx 0{,}00267$ vilket ger $\beta = 0{,}15$.

Svar: Planets lutningsvinkeln skall vara 0,15°.

8. Jorden och motjorden kommer att ha olika hastigheter eftersom avstånden till centralkroppen är olika.
Enligt Keplers andra lag gäller med figurens beteckningar om tiden *t* är den sökta tiden.

$$t \cdot v_p \cdot r_p = t \cdot v_a \cdot r_a \iff \frac{t \cdot v_p}{r_p} \cdot r_p^2 = \frac{t \cdot v_a}{r_a} \cdot r_a^2 \iff \frac{AB}{r_p} \cdot r_p^2 = \frac{CD}{r_a} \cdot r_a^2 \iff \alpha \cdot r_p^2 = \beta \cdot r_a^2$$

$$\alpha = \left(\frac{r_a}{r_p}\right)^2 \cdot \beta \approx 1{,}069\beta$$



Då siktlinjen mellan jorden och motjorden tangerar solskivan blir motjorden synlig från jorden.
Vinkeln BSD blir då π-α+β.

Vinklarna γ och δ beräknas nu ur sambanden $\gamma = \frac{SE}{r_p}$ respektive $\delta = \frac{SE}{r_a}$ där SE är solskivans radie 696·10^6 m och r_p=147·10^9 m och r_a=152·10^9 m. Detta ger γ=0,00473 rad och δ=0,00458 rad. Då kan vinkeln BSD även uttryckas som π- γ - δ.
Då gäller π-α+β= π-γ -δ dvs α-β= γ+δ =(0,00473+0,00458) rad=0,00931 rad.
Vi har då ekvationssystemet

$$\alpha - \beta = 0{,}00931$$

$$\alpha = 1{,}069\beta$$

som har lösningen $\alpha \approx 0{,}144\,\text{rad}$ och $\beta \approx 0{,}135\,\text{rad}$ dvs $\alpha \approx \beta \approx 0{,}14\,\text{rad}$

Vi utnyttjar till sist $\frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{365}$ - likformighet mellan vinkel och tid. Detta ger

$$t = \frac{365 \cdot \alpha}{2\pi} \approx \frac{365 \cdot 0{,}14}{2\pi} \approx 8{,}1\,\text{dygn}$$

Svar: Det dröjer 8,1 dygn innan motjorden blir synlig.