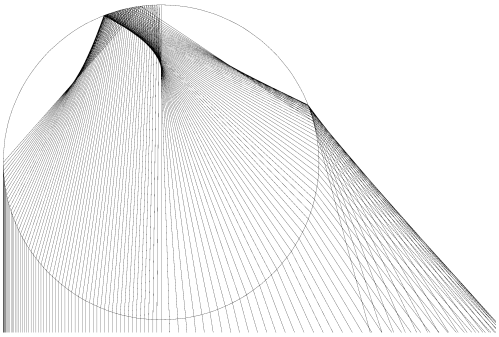


FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
1 februari 2001

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Enligt energiprincipen är det rörelseenergin som bromsas bort i friktionsarbetet. Detta ger sambandet $\frac{mv^2}{2} = \mu mg \cdot s$ där s är bromssträckan.
Om utgångsfarten är 90 km/h = 25 m/s och friktionstalet μ = 0,9 fås
$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \approx \frac{25^2}{2 \cdot 0{,}9 \cdot 9{,}82} \approx 35{,}4\,\mathrm{m}$$
Om utgångsfarten är 90 km/h = 25 m/s och friktionstalet μ = 0,7 fås
$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \approx \frac{25^2}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 9{,}82} \approx 45{,}5\,\mathrm{m}$$
Skillnaden i inbromsningssträcka blir alltså 10 m.

I båda fallen är medelhastigheten under inbromsningen 12,5 m/s. Skillnaden i sträcka, 10,1 m motsvarar alltså $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10{,}1}{12{,}5} \approx 0{,}8\,\mathrm{s}$

Svar: Inbromsningssträckan ökar med 10 m eller som Sören Törnkvist formulerar svaret på s 88 i sin bok *Fysik per vers* :

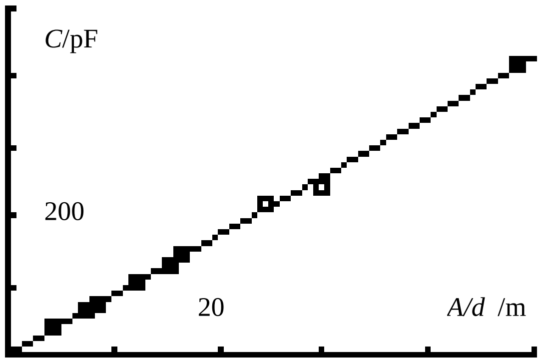
> ”En glidning lägger 10 meter till
> den sträcka, en, vars hjul har kvar sitt grepp,
> tillryggalägger. Detta kan förstås
> betyda skillnad mellan liv och död.”

Tidskillnaden blir 0,8 s.

2. Tabellen har kompletterats med beräkningar av areorna samt *A/d.* Hänsyn har tagits till sladdarnas kapacitans genom att deras kapacitans har subtraherats från de uppmätta värden. Sladdarnas kapacitans är ju parallellkopplad med den inkopplade plattkondensatorn.
För en plattkondensator gäller sambandet
$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}.$$

Radie - *r* /m	Area - *A*/m^2	Avstånd – *d*/m	(*A*/*d*) /m	*C* /pF	*C*(korr) /pF
0,126	0,0499	0,00103	48,42	431	423
0,126	0,0499	0,00167	29,87	248	240
0,126	0,0499	0,00303	16,46	154	146
0,090	0,0254	0,00103	24,71	224	216
0,090	0,0254	0,00167	15,24	136	128
0,090	0,0254	0,00303	8,40	84	76
0,063	0,0125	0,00103	12,11	113	105
0,063	0,0125	0,00167	7,47	71	63
0,063	0,0125	0,00303	4,12	46	38

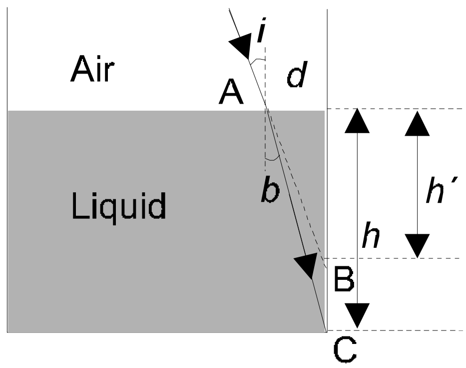
Det korrigerade värdet på *C* ritas som funktion av *A/d* och en rät linje anpassas till mätpunkterna. Om detta görs med hjälp av en grafisk räknare erhålls resultat enligt grafen nedan där den räta linjen har riktningskoefficienten $8{,}6 \cdot 10^{-12}$. Detta ger $\varepsilon_0 = 8{,}6 \cdot 10^{-12}$ F/m som skall jämföras med tabellvärdet $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m.



Svar. Mätvärdena ger resultatet $\varepsilon_0 = 8{,}6 \cdot 10^{-12}$ F/m

3. a) If the angles are small $\sin x \approx \tan x$

$$n = \frac{\sin i}{\sin b} \approx \frac{\tan i}{\tan b} = \frac{\frac{d}{h'}}{\frac{d}{h}} = \frac{h}{h'}$$



b) If $i = 20°$ and the liquid is water we know that $b = \arcsin\left(\frac{\sin 20}{1{,}33}\right) \approx 14{,}9$ and

$\frac{\tan 20^{\circ}}{\tan 14{,}9^{\circ}} \approx 1{,}37$ which gives an error of 0,04 or 3 %.

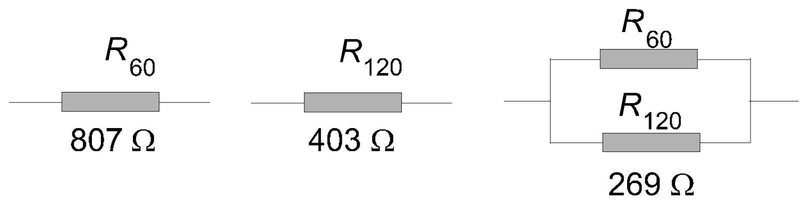
Svar. a) $n \approx \frac{h}{h'}$ **b)** The absolute error is 0,04 and the relative error is 3 %.

4. Effekten P är omvänt proportionell mot kretsens resistans R enligt sambandet $P = \frac{U^2}{R}$ som ger $R = \frac{U^2}{P}$. Resistansen som svarar mot den lägsta effekten ,60 W, kallas R_{60} och med motsvarande beteckningar fås $R_{120} = \frac{R_{60}}{2}$ och $R_{180} = \frac{R_{60}}{3}$.

Mellan dessa tre resistanser har vi sambandet $\frac{1}{R_{60}} + \frac{1}{R_{120}} = \frac{1}{R_{60}} + \frac{2}{R_{60}} = \frac{3}{R_{60}} = \frac{1}{R_{180}}$. Detta betyder att vi får R_{180} om vi parallelkopplar R_{60} och R_{120}. Vi kan alltså få de erforderliga resistanserna med hjälp av R_{60} och R_{120}.

Vi får då $R_{60} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{60} \approx 807\,\Omega$ och $R_{120} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{120} \approx 403\,\Omega$ samt

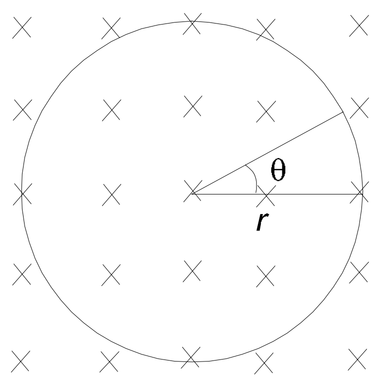
$R_{180} = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{180} \approx 269\,\Omega$ som erhålls genom parallellkoppling av R_{60} och R_{120}.



Svar. De två glödtrådarna har resistanserna 807 Ω respektive 403 Ω då de lyser. Inkopplingen av glödtrådarna sker var för sig eller parallellt för att de tre olika effekterna skall erhållas.

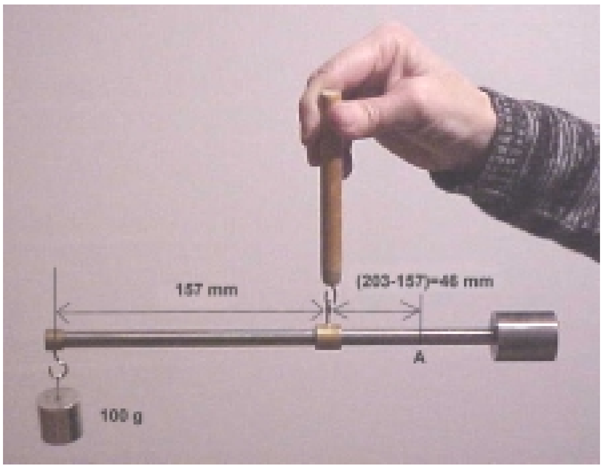
5. I den roterande metallstaven induceras det en spänning enligt sambandet

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \frac{B \cdot dA}{dt} = \frac{B \cdot r \cdot r \cdot d\theta}{2dt} = \frac{Br^2}{2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}05^2}{2} \cdot 2 \cdot 2\pi \approx 0{,}0031\,\mathrm{V} = 3{,}1\,\mathrm{mV}$$



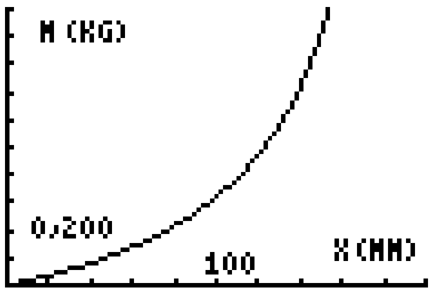
Svar. I den roterande metallstaven induceras det en spänning på 3,1 mV mellan ändpunkterna.

6. Besmanets tyngdpunkt finns uppenbarligen i punkten A eftersom jämvikt råder då besmanets handtag är placerat i A och besmanet är obelastat.
Besmanets massa kan då bestämmas med hjälp av sambandet mellan kraftmomenten.



$0{,}100 \cdot g \cdot 157 = m \cdot g \cdot 46$ som ger besmanets massa $m = \dfrac{0{,}100 \cdot 157}{46} \approx 0{,}341\,\text{kg} = 341\,\text{g}$.

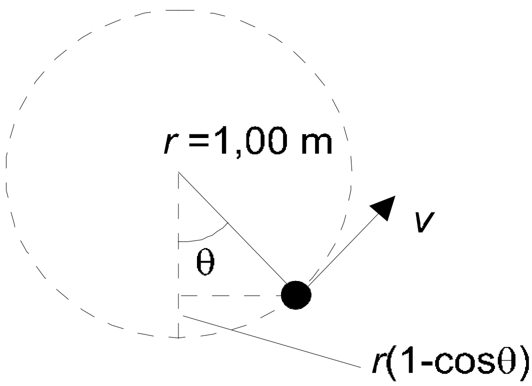
Belastningens massa, *m* (kg), som funktion av upphängningspunktens avstånd, *x* (mm), till punkten A ges av sambandet mellan kraftmomenten vid jämvikt.
$m \cdot g \cdot (203 - x) = 0{,}341 \cdot g \cdot x$ som ger $m = \dfrac{0{,}341 \cdot x}{203 - x}$. I detta uttryck gäller att x<203 mm.



Svar. Besmanet väger 0,34 kg och massan ges som funktion av avståndet av $m = \dfrac{0{,}341 \cdot x}{203 - x}$.

7. Eftersom spännkraften är noll i banans högsta punkt utgör tyngden *mg* centripetalkraften i denna punkt. Detta ger

$\dfrac{mv_1^2}{r} = mg$ som ger hastigheten i banans högsta punkt $v_1 = \sqrt{rg} \approx 3{,}13\,\text{m/s}$ eftersom r = 1,00 m.
Hastigheten i banans lägsta punkt ges av energiprincipen.



$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mg \cdot 2r \quad \text{som ger } v_2 = \sqrt{v_1^2 + 4rg} = \sqrt{rg + 4rg} = \sqrt{5rg} \approx 7{,}01\,\text{m/s}$$

Hastigheten i en godtycklig punkt i banan ges som funktion av θ enligt energiprincipen.

$$\frac{mv^2}{2} + mgr(1 - \cos\theta) = \frac{mv_2^2}{2} \quad \text{som ger } v = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta}\,.$$

Denna funktion skisseras med hjälp av en grafisk räknare för r = 1,00 m.
Den maximala farten 7,01 m/s fås för vinkeln θ lika med noll och den minsta farten 3,13 m/s fås för vinkeln θ = π.

Vi vet att $v = r \cdot \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta}$

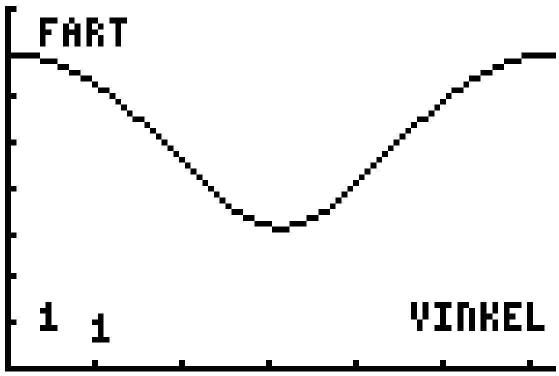
som ger

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r}\sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta} \quad \text{eller}$$

$$\frac{dt}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta}} \quad \text{eller}$$

$$dt = \frac{r \cdot d\theta}{\sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta}} \quad \text{som integreras}$$

under periodtiden T.



$$T = \int_0^T 1 \cdot dt = \sqrt{r}\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{3g + 2g \cdot \cos\theta}}$$

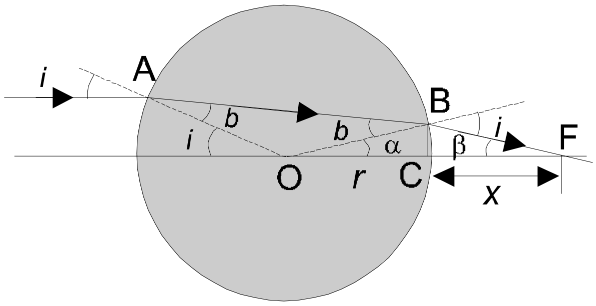
Denna integral kan inte lösas algebraiskt.
Numerisk integration med hjälp av räknaren ger T = 1,288 s för r =1,00 m

(Integralen kan alternativt beräknas numeriskt med hjälp av ett diagram.)

Svar. Kulans fart ges av uttrycket $v = \sqrt{3rg + 2rg \cdot \cos\theta}$. Den lägsta farten är 3,13 m/s och den högsta farten är 7,01 m/s om r = 1,00 m. Omloppstiden är 1,29 s.

8. Ballongen utgör en bikonvex lins. Om denna skall vara en akustisk samlingslins måste ljudets fart i ballonggasen vara lägre än ljudets fart i luft på samma sätt som ljusets fart är lägre i glas än i luft. Ljudets fart är lägre i koldioxid än i luft men högre i helium än i luft.
Detta framgår av tabellverk men vi kan också inse det med hjälp av sambandet $\frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$
där m är molekylmassan och v molekylernas medelfart. Eftersom molekylmassan för koldioxidmolekylen CO_2 är högre än motsvarande massa för N_2 och O_2 är medelfarten lägre i koldioxiden vilket medför en lägre ljudhastighet.

Med hjälp av tabellen kan brytningsindex för ljud i koldioxid i förhållande till luft bestämmas till $n = \dfrac{v_{\text{luft}}}{v_{\text{koldioxid}}} = \dfrac{331}{260} \approx 1{,}27$.



I figuren ovan följs en axelparallell, central stråle mot brännpunkten F.
Det gäller att $\alpha = \pi - i - (\pi - 2b) = 2b - i$ och
$\beta = i - \alpha = i - (2b - i) = 2i - 2b$ (Yttervinkelsatsen.)
Om nu vinkeln *i* är liten (central stråle) gäller för BC.

$\text{BC} \approx r \cdot \alpha$ och $\text{BC} \approx x \cdot \beta$ vilket ger $x = r\dfrac{\alpha}{\beta}$.

$$\text{OF} = r + x = r + r\frac{\alpha}{\beta} = r\left(1 + \frac{2b - i}{2i - 2b}\right) = r\left(\frac{i}{2(i - b)}\right) = r\left(\frac{\frac{i}{b}}{2\left(\frac{i}{b} - 1\right)}\right) = \frac{rn}{2(n-1)}.$$

Med insatt värde på brytningsindex $n = 1{,}27$ och $r = 0{,}15$ m för den akustiska koldioxidlinsen fås brännvidden

$\text{OF} = \dfrac{rn}{2(n-1)} = \dfrac{0{,}15 \cdot 1{,}27}{2 \cdot 0{,}27} \approx 0{,}35\ \text{m}$ d v s 20 cm utanför ballongen.

Svar. Ballongen måste innehålla koldioxid och brännpunkten för centrala strålar ligger 20 cm utanför ballongens yta vilket betyder att brännvidden är 35 cm.