FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
6 februari 2003

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. a) Effekten i antennen kan beräknas med hjälp av sambandet

$P = RI^2 = (0{,}07 + 2{,}60) \cdot 100^2 \text{ W} \approx 26{,}7 \text{ kW}$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0{,}07 \cdot 100^2}{(0{,}07 + 2{,}60) \cdot 100^2} \approx 0{,}026 = 2{,}6\%$$

b) Strömmen genom strålningsmotståndet blir då enligt Kirchhoffs strömlag 600 A.
Effekten i multipelantennen kan då skrivas

$P = 0{,}07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2{,}60 \cdot 100^2 \approx 181 \text{ kW}$

Andelen strålningseffekt ges av kvoten

$$\frac{0{,}07 \cdot 600^2}{0{,}07 \cdot 600^2 + 6 \cdot 2{,}60 \cdot 100^2} \approx 0{,}139 = 13{,}9\%$$

Svar: a) Antenneffekten är 27 kW varav 2,6 % är strålningseffekt.
b) Effekten för multipelantennen 181 kW varav 14 % är strålningseffekt.

2. **a)** The airplane starts at time 5 s and leaves ground at time 35 s (approximately). You can see that it leaves ground since the acceleration suddenly increases because it gets a vertical component.

b) The acceleration time is approximately (35,5-5,0) s ≈ 30 s. The mean value of the acceleration during this time seems to be around 2,5 m/s^2 according to the diagram.
Since the the start velocity is zero we have

$v = at \approx 2{,}5 \cdot 30 \text{ m/s} = 75 \text{ m/s}.$

c) The estimated length of the runway is

$s = v_{mean} \cdot t = \frac{75}{2} \cdot 30 \text{ m} = 1125 \text{ m} \approx 1{,}1 \text{ km}$

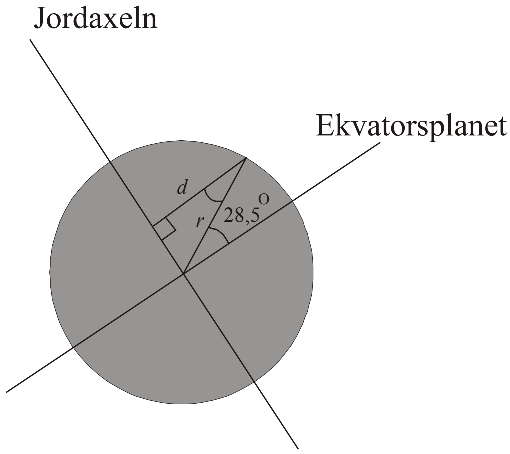
Svar: **b) The estimated take off velocity is 75 m/s**
c) It must be at least 1,2 km.

3. **a)** Jorden roterar ju mot den uppgående solen i öster. Om jordrotationen skall utnyttjas för att ge bärraketen hastighet i färdriktningen måste raketen skjutas ut i jordens rotationsriktning d v s i rakt östlig riktning.

b) Jordens vinkelhastighet ges av $\omega = \frac{2\pi}{T}$ där $T = 24$ h.

På 28,5° latitud är avståndet, *d,* till jordens rotationsaxel
$d = r \cdot \cos 28{,}5^\circ = 6370 \cdot \cos 28{,}5^\circ \text{ km} \approx 5{,}6 \cdot 10^3$ km om jordradien $r = 6\,370$ km.

Detta motsvarar då hastigheten $v = 5{,}6 \cdot 10^3 \cdot \frac{2\pi}{24}$ km/h $\approx 1{,}47 \cdot 10^3$ km/h.

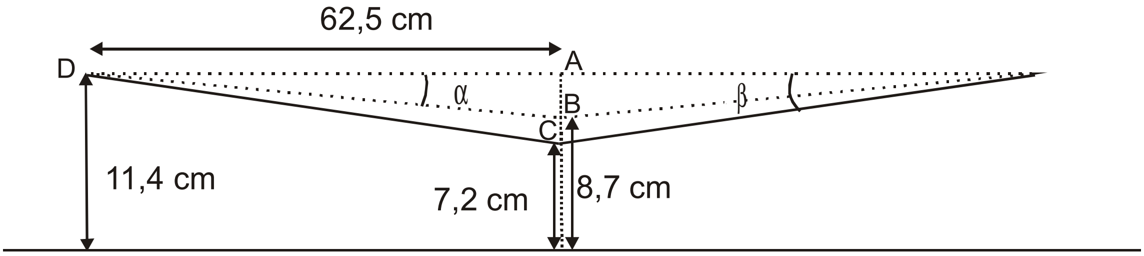


Svar: a) I jordrotationens riktning – d v s rakt österut.
b) På latituden 28,5° blir hastigheten 1,47 · 10³ km/h.

4. a) Trycket 120 mm Hg räknas om till pascal
$p = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = 13600 \cdot 9{,}82 \cdot 0{,}12 \text{ Pa} \approx 16 \text{ kPa}$
Vid fotnivån tillkommer trycket av en blodpelare med den ungefärliga höjden 1,2 m för en vuxen person.
Detta bidrar med ett partialtryck
$p_{blod} = \rho_{blod} \cdot g \cdot h \approx 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 9{,}82 \cdot 1{,}2 \text{ Pa} \approx 12 \text{ kPa}$
Totaltrycket blir då
$p_{total} = (16 + 12) \text{ kPa} = 28 \text{ kPa}$

b) För effekten P gäller
$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \ell}{t} = \frac{pA\ell}{t} = p \cdot \frac{V}{t}$$
där A är de utgående artärernas tvärsnittsarea och ℓ är den längd blodet drivs framåt av trycket p under tiden t. Blodflödet V/t ges då av
$$\frac{V}{t} = \frac{A \cdot \ell}{t}$$
Med textens värden fås då
$$P = p \cdot \frac{V}{t} = 0{,}12 \cdot 9{,}82 \cdot 13600 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{60} \text{ W} \approx 1{,}3 \text{ W}$$
Svar a) Trycket på fotnivå är 28 kPa **b) Hjärtats medeleffekt är 1,3 W.**

5. a) Då ström flyter genom koppartråden värms den upp och förlängs. Förlängningen är proportionell mot temperaturökningen och gör det därför möjligt att bestämma trådens temperatur. Den bestämda temperaturen kan sedan användas för att beräkna hur stor effekt som strålar ut från tråden.



Med hjälp av beteckningarna i ovanstående figur gäller

$$\tan\alpha = \frac{AB}{AD} = \frac{11{,}4 - 8{,}7}{62{,}5} = \frac{2{,}7}{62{,}5} \Rightarrow \alpha \approx 2{,}474^\circ \Rightarrow$$

$$DB = \frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{2{,}7}{\sin 2{,}474}\,\text{cm} \approx 62{,}549\,\text{cm}$$

$$\tan\beta = \frac{AC}{AD} = \frac{11{,}4 - 7{,}2}{62{,}5} = \frac{4{,}2}{62{,}5} \Rightarrow \beta \approx 3{,}844^\circ \Rightarrow$$

$$DC = \frac{AC}{\sin\beta} = \frac{4{,}2}{\sin 3{,}844}\,\text{cm} \approx 62{,}649\,\text{cm}$$

DC – DB=(62,649 – 62,549) cm≈ 0,10 cm

Hela trådens längd har alltså ökat med $\Delta \ell = 0{,}20\text{m}$

För längdutvidgningen gäller $\Delta \ell = \ell \cdot \alpha \cdot \Delta T$

Där α är längdutvidgningkoefficienten för koppar och ΔT är temperaturskillnaden.

Tabellvärdet för koppar är $\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1}$

Vi får då $\Delta T = \dfrac{\Delta \ell}{\ell \cdot \alpha} \approx \dfrac{0{,}20}{125 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5}} \approx 100\text{K}$

Enligt Stefan Boltzmanns lag gäller då för den utstrålade nettoeffekten P

$$P = \sigma A(T^4 - T_0^4)$$

där A är trådens area och T_0 = 20 °C = 293 K är rumstemperaturen och $T = T_0$ + 100 K är trådens temperatur. Trådens radie och längd är kända.

Vi får då om tråden antas vara en totalstrålare

$$P = \sigma\, 2\pi r\ell(T^4 - T_0^4) \approx 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 2\pi \cdot 0{,}225 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}25(393^4 - 293^4)\text{W} \approx 1{,}7\text{W}\,.$$

b) Det finns även värmeledning till luften och anslutningskontakterna för tråden. Experiment visar att det är en större del av den tillförda effekten som leds bort på detta sätt.

Svar: Den utstrålade effekten från tråden kan uppskattas till 2 W.

6 a) Vi utgår från att den utsända fotonen har energin hf och den registrerade fotonen har energin hf' vilket ger energiskillnaden $hf - hf'$. Enligt energiprincipen tolkas denna energiskillnad som en ökad lägesenergi för fotonen i tyngdkraftfältet.

Skillnaden i lägesenergi ges av mgd där m är den ekvivalenta massan för fotonen, g är tyngdaccelerationen och d är höjdskillnaden.

Den ekvivalenta massan för fotonen ges av Einstein samband $W = mc^2$.

Om de båda sambanden

$$hf - hf' = mgd$$

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

kombineras erhålls

$$hf - hf' = \frac{hf}{c^2} \cdot gd \quad \Leftrightarrow \quad \frac{h(f - f')}{hf} = \frac{gd}{c^2}$$

dvs $\dfrac{\Delta f}{f} = \dfrac{gd}{c^2} \approx \dfrac{9{,}82 \cdot 22{,}57}{(3{,}00 \cdot 10^8)^2} \approx 2{,}46 \cdot 10^{-15}$

b) Enligt vår modell minskar fotonens energi på sin väg ut ur tyngdkraftfältet. Om tyngdkraftfältet är tillräckligt starkt betyder det att fotonen blir av med all sin energi som överförs till det svarta hålets gravitationsfält. I en klassisk modell betyder det att partikeln minskar sin hastighet. Detta utgör ett problem i vår modell eftersom ljuset skall behållas sin hastighet. Den klassiskt beräknade flykthastigheten från en planet kan inte användas för fotoner.

Svar: a) Det sökta värdet på kvoten är 2,46· 10^{-15}.

7. a) Då den undre bollen med massan m_1 når golvet kan hastigheten bestämmas med hjälp av energiprincipen som ger

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 gh \quad \text{d v s} \quad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Efter kollisionen med golvet har den undre bollen samma fart som före kollisionen men rörelsen är motriktad.

Den övre bollen med massan m_2 har också samma fart men dess rörelse är nedåtriktad.

Efter den nu följande stöten skall m_1 få hastigheten noll och m_2 antas få hastigheten v.

Villkoren att rörelsemängd och rörelseenergi skall bevaras i den elastiska stöten ger sambanden

$$\begin{cases} m_1 v_1 - m_2 v_1 = m_1 \cdot 0 + m_2 v \\ \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_1^2}{2} = \dfrac{m_2 v^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1\left(\dfrac{m_1}{m_2} - 1\right) = v \\ v_1^2\left(\dfrac{m_1}{m_2} + 1\right) = v^2 \end{cases}$$

Om den övre ekvationen kvadreras och sedan divideras med den undre ekvationen erhålls

$$\frac{\left(\dfrac{m_1}{m_2} - 1\right)^2}{\left(\dfrac{m_1}{m_2} + 1\right)} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 - 2\frac{m_1}{m_2} + 1 = \frac{m_1}{m_2} + 1$$

Denna ekvation har lösningen

$$\frac{m_1}{m_2} = 3 \quad \text{som i sin tur ger } v = v_1(3 - 1) = 2v_1$$

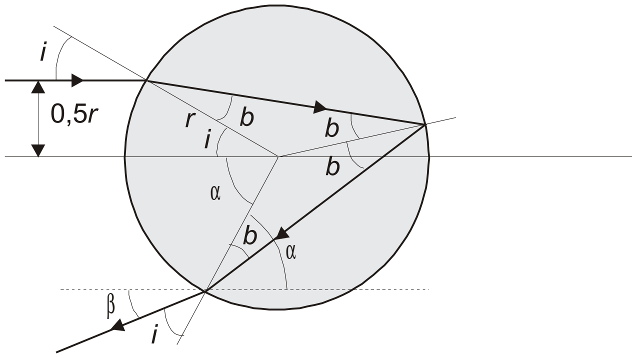
b) Vi vet nu att den övre bollen får rörelseenergin

$$\frac{m_2 v^2}{2} = \frac{m_2 \cdot 4v_1^2}{2} = m_2 \cdot 2v_1^2 = m_2 \cdot 2 \cdot 2gh = m_2 g \cdot (4h)$$

Med hjälp av det sista ledet och energiprincipen ser vi att den övre bollen når upp till höjden $4h$.

Svar: a) Det sökta massförhållandet är 3. b) Den övre bollen når höjden $4h$.

8. a) Kalla brytningsvinkeln vid strålens inträde i vattendroppen för b. I vattendroppen finns då två likbenta trianglar med basvinklarna b. Den utgående strålen kommer att bilda vinkeln i med radiens förlängning genom den utgående strålens skärning med droppens periferi.



Med hjälp av vinkelsumman i en triangel och det hela varvets vinkel inses ur figuren

$\alpha = 360 - i - (180 - 2b) - (180 - 2b)$

$\alpha = 4b - i$

Av figuren framgår vidare att

$\beta = \alpha - i = 4b - 2i$

Om den axelparallella strålen kommer in på avståndet $0{,}5r$ från den optiska axeln blir infallsvinkeln $30°$. Med hjälp av brytningslagen kan b beräknas.

$\sin 30^\circ = n \sin b$

som ger

$b = \arcsin \dfrac{\sin 30^\circ}{1{,}33} \approx 22{,}08^\circ$

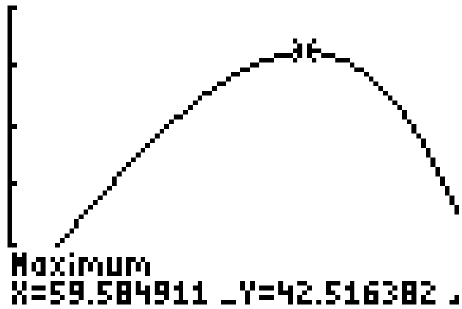
vilket ger

$\beta = 4 \cdot 22{,}08^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 28{,}32^\circ$

b) Av lösningen till a) framgår att vi allmänt kan skriva

$\beta = 4 \cdot \arcsin\left(\dfrac{\sin i}{1{,}33}\right) - 2i$

som ger den sökta vinkeln β som funktion av infallsvinkeln i. Om denna funktion ritas med hjälp av en grafisk räknare och undersöks med avseende på maximum fås följande resultat.



Det reflekterade ljuset från vattendropparna återfinns alltså inom en kon där halva toppvinkeln är 42,5°.

c) Om det hade varit samma brytningsindex för alla våglängder blir det reflekterade ljuset vitt. Detta reflekterade ljuset når emellertid inte utanför vinkeln 42,5 ° vilket skulle innebära att himmeln ser ut att vara något mörkare utanför denna vinkel. Av diagrammet ovan framgår även att en stor del av det reflekterade ljuset kommer att ligga i närheten av denna vinkel. Jämför bild i Nationalencyklopedin (regnbåge) som visar att utrymmet mellan den primära och sekundära regnbågen är ett mörkare område.

Svar: a) 28,3° **b)** $\beta = 4 \cdot \arcsin\left(\dfrac{\sin i}{1{,}33}\right) - 2i$