FYSIKTÄVLINGEN

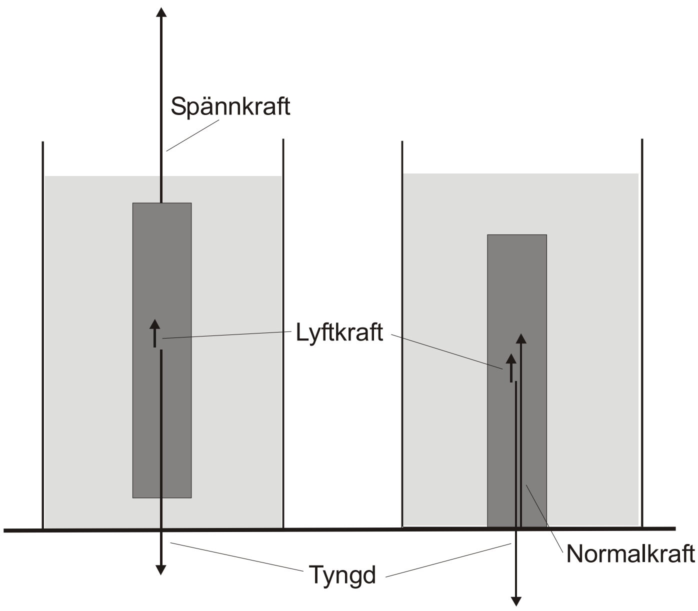
KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING
5 februari 2004

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 2 bestäms av vattnets lyftkraft på metallstaven som enligt Arkimedes princip är tyngden av det undanträngda vattnet. Samma kraft påverkar då vågen enligt Newtons tredje lag.
Denna tyngd är (0,831 – 0,821)· g = 0,010· g vilket motsvarar massan 10 gram. Med hjälp av vattnets densitet 1,0 g /cm^3 kan då stavens volym beräknas till 10 cm^3.
Skillnaden i avläsningen av vågen mellan bild 1 och 3 bestäms av metallstavens tyngd. Denna motsvarar massan (897 – 821)g = 76 g.
Stavens densitet är då.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{76\ \text{g}}{10\ \text{cm}^3} = 7{,}6\ \text{g/cm}^3$$



Svar: Stavens densitet är 7,6 g/cm^3.

2. a) Avläsning i diagrammen ger
Vågrörelsens amplitud är 1,5 mm.
Våglängden är 12,5 m.
Eftersom ingen vågtopp har passerat origo mellan de båda ögonblickbilderna motsvarar tiden 0,010 s en fjärdedels period. Om perioden är T =4· 0,010 s= 0,040 s blir frekvensen

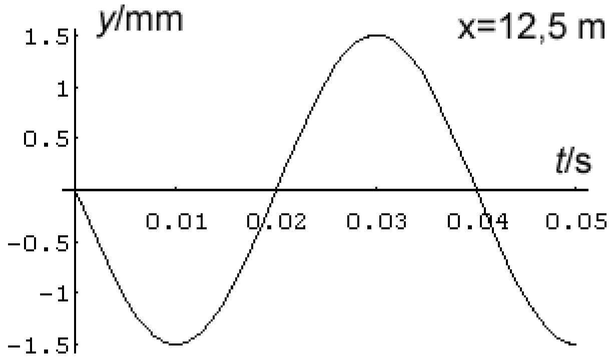
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}040}\ \text{Hz} = 25\ \text{Hz}\ .$$

Utbredningshastigheten ges av

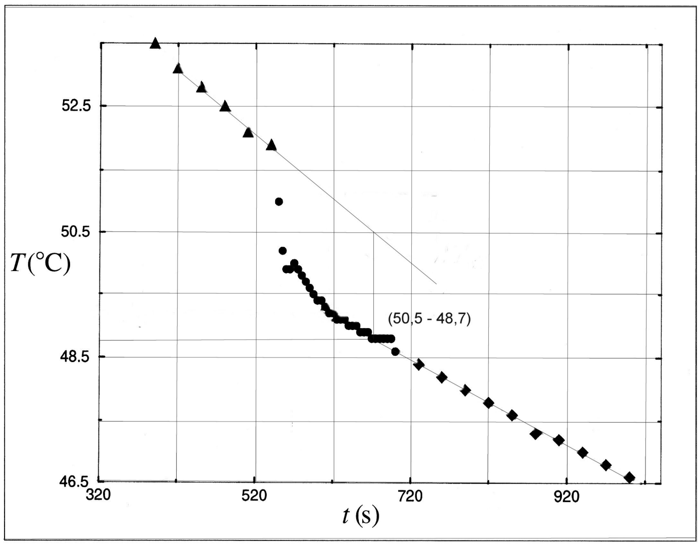
$$v = f \cdot \lambda = 25 \cdot 12{,}5\ \text{m/s} = 312{,}5\ \text{m/s} \approx 0{,}31\ \text{km/s}$$

b) Vågekvationen får för x = 12,5 m formen

$$y = 1{,}5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{12{,}5} \cdot 12{,}5 - \frac{2\pi}{0{,}040} t\right) = 1{,}5 \cdot \sin\left(2\pi - 50\pi \cdot t\right) = -1{,}5 \sin(50\pi \cdot t)$$



3. Då aluminiumstaven stoppas ner i vattnet tas energi för uppvärmningen av denna från vattnet. Det betyder att vattnets temperatur sjunker och avsvalningen fortsätter från en lägre temperatur. Diagrammet kan utnyttjas för att bestämma hur mycket temperaturen sjunker på grund av aluminiumstavens inverkan. Enligt diagrammet kan denna temperaturminskning uppskattas till 1,7 °C – se diagram nedan.



Den av vattnet avgivna energin blir då

$W_{avgiven} = m_{vatten} \cdot c_{vatten} \cdot \Delta T = 0{,}400 \cdot 4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8 \text{ J} \approx 3010 \text{ J}$

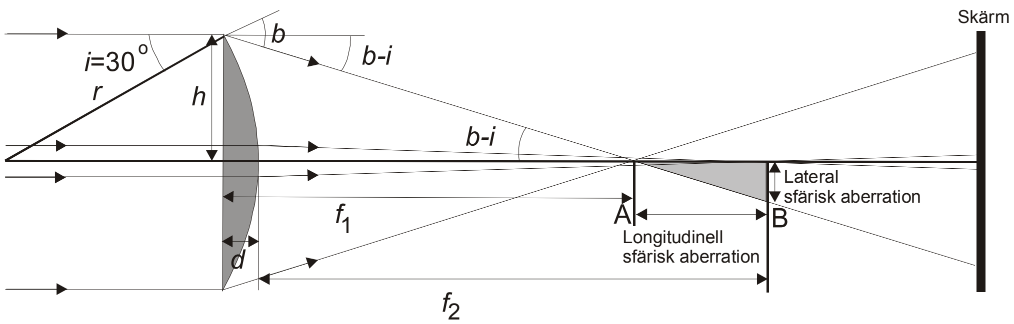
Den av staven upptagna energin kan uttryckas som

$W_{upptagen} = m_{stav} \cdot c_{Al} \cdot \Delta T$

som ger $c_{Al} = \dfrac{3010}{0{,}145 \cdot (48{,}7 - 26{,}5)} \dfrac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 935 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

Svar. Den specifika värmekapaciteten för aluminium är 0,94 kJ/(kg·K)

4. a) Vi bestämmer först konvergenspunkten för randstrålarna med hjälp av brytningslagen.



Med beteckningar enligt figuren ovan erhålls

$n\sin i = \sin b$ som ger $b = \sin^{-1}(1{,}5\sin 30^\circ) \approx 48{,}59^\circ$.

Triangelgeometrin ger $\tan(b - i) = \dfrac{h}{f_1}$ som ger

$$f_1 = \frac{h}{\tan(b-i)} = \frac{20}{\tan(48{,}59 - 30)}\ \text{mm} \approx 59{,}46\ \text{mm}$$

Motsvarande beräkning för centrala strålar, t ex i = 1,00° ger

$b = \sin^{-1}(1{,}5\sin 1{,}00^\circ) \approx 1{,}50^\circ$ och $h = 40 \cdot \sin 1{,}00 \approx 0{,}6981\ \text{mm}$

$$f_2 = \frac{h}{\tan(b-i)} = \frac{0{,}6981}{\tan(1{,}50 - 1{,}00)^\circ}\ \text{mm} \approx 79{,}99\ \text{mm}$$ och $d = 40(1 - \cos 30^\circ) \approx 5{,}36\ \text{mm}$

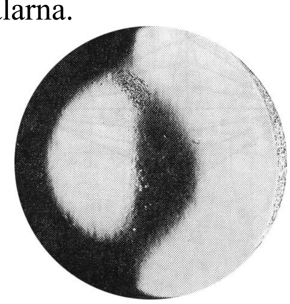
Svar: Den longitudinella sfäriska aberrationen blir då
$f_2 + d - f_1 = (79{,}99 + 5{,}36 - 59{,}46)$ mm = 25,89 mm ≈ 26 mm.

b) Med hjälp av trigonometri i den gråa triangeln i figuren ovan kan den lateral sfäriska aberrationen beräknas som produkten av den longitudinella sfäriska aberrationen och tan(b-i).

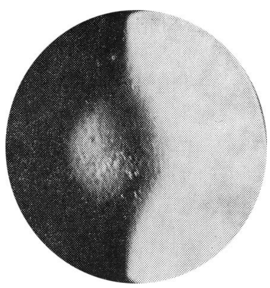
Lateral sfärisk aberration $= 25{,}89 \cdot \tan(48{,}59^\circ - 30{,}00^\circ)\ \text{mm} \approx 9\ \text{mm}$

Svar: Den laterala sfäriska aberrationen blir 9 mm.

c) Om linsen delas in i koncentriska ringar med växande radier kommer varje ringzon att ha sitt fokus. Varje zon av linsen, vars fokus ligger till höger om eggens placering, kommer att täckas av rakbladet på den sida från vilken rakbladet förs in. Varje zon av linsen, vars fokus ligger till vänster om eggens placering, kommer att täckas av rakbladet på den motsatta sidan från vilket rakbladet förs in. Bild a ligger alltså någonstans mellan randstrålefokus och fokus för de centrala strålarna medan Bild b ligger alldeles i närheten av fokus för de centrala strålarna.



a – I denna bild förs rakbladet in i strålgången någonstans mellan A och B.

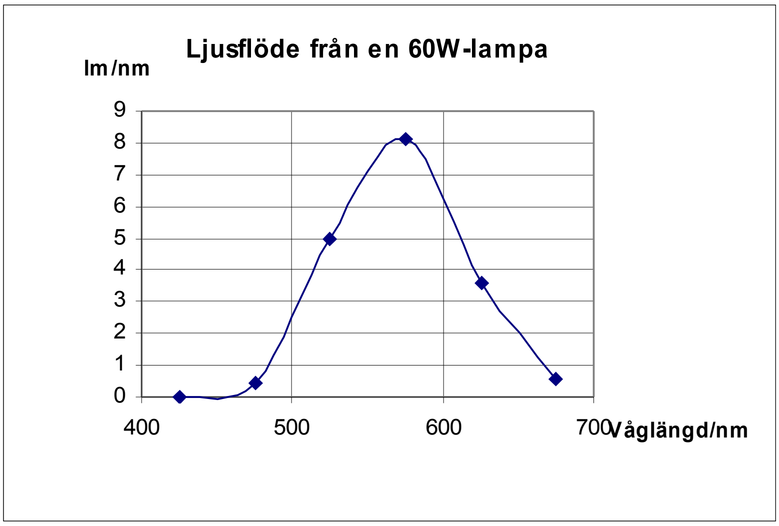


b – I denna bild förs rakbladet in i strålgången alldeles i närheten av B.

5. Uppgifterna i texten används för att ställa upp nedanstående tabell och diagram. Den numeriska integrationen som genomförts i tabellen nedan ger ett total ljusflöde av 885 lumen från 60 W lampan. Det betyder ett ljusutbyte av

$$\frac{885}{60}\ \text{lumen/watt} \approx 15\ \text{lumen/watt}$$

Våglängd	W/nm	lm/W	lm/nm	lumen	Intervall/nm
425	0,0025	10	0,025	1,25	400 – 450
475	0,005	90	0,45	22,5	450 – 500
525	0,009	550	4,95	247,5	500 – 550
575	0,013	625	8,125	406,25	550 – 600
625	0,018	200	3,6	180	600 – 650
675	0,022	25	0,55	27,5	650 – 700
			Summa	**885**	**400 - 700**



Svar: Ljusutbytet för 60 W-lampan är 15 lumen/watt.

6. I vattnet finns joner med laddningen q som rör sig med vattnets hastighet. Dessa laddningar påverkas av en magnetisk kraft på grund av det jordmagnetiska fältet. Det byggs då upp ett elektriskt fält mellan plattorna som ger en motsatt riktad elektrisk kraft på laddningarna. Jämvikt fås då dessa fält påverkar laddningarna med lika stora men motsatt riktade krafter. Den magnetiska kraften ges av

$$F_{\text{magnetisk}} = qvB$$

där v är jonernas dvs vattnets hastighet, B det jordmagnetiska fältets vertikala komposant (40 µT) som är vinkelrät mot vattnets ”horisontella” rörelse och q är jonens laddning. Det elektriska fältet som byggs upp mellan flodens stränder ges av

$$E = \frac{U}{d} \quad \text{som ger den elektriska kraften} \quad F_{\text{elektrisk}} = q\frac{U}{d}$$

där U är den uppmätta spänningen 20 mV och d är flodens bredd 300 m.
Vid jämvikt gäller

$$qvB = q\frac{U}{d} \quad \text{som ger} \quad v = \frac{U}{Bd} = \frac{0{,}020}{40 \cdot 10^{-6} \cdot 300}\ \text{m/s} \approx 1{,}7\ \text{m/s}$$

Svar: Vattnets hastighet var 1,7 m/s.

7. a) Personen befinner sig i luften då vågen visar noll dvs under tiden (6,22 – 5,72)s = 0,50 s. Denna tid avser både uppfarten och nedfarten. Det fria fallet ner tar halva tiden dvs 0,25 s. Under denna tid faller man

$$h = \frac{gt^2}{2} \approx \frac{9{,}82 \cdot 0{,}25^2}{2}\ \text{m} \approx 0{,}31\ \text{m}$$

Svar: Personen höjer alltså sin tyngdpunkt med 31 cm under hoppet.

b) Under ansatsen gäller - om *a* är medelaccelerationen och *v* sluthastigheten - sambanden

$$\frac{h}{4} = \frac{at^2}{2} \quad \text{och} \quad v = at$$

som tillsammans ger

$$\frac{h}{4} = \frac{a\left(\frac{v}{a}\right)^2}{2} = \frac{v^2}{2a} \quad \text{som ger} \quad a = \frac{2v^2}{h}.$$

För den fortsatta delen av hoppet ger energiprincipen

$$\frac{mv^2}{2} = mg\frac{h}{4} \quad \text{som ger} \quad v^2 = \frac{gh}{2}.$$

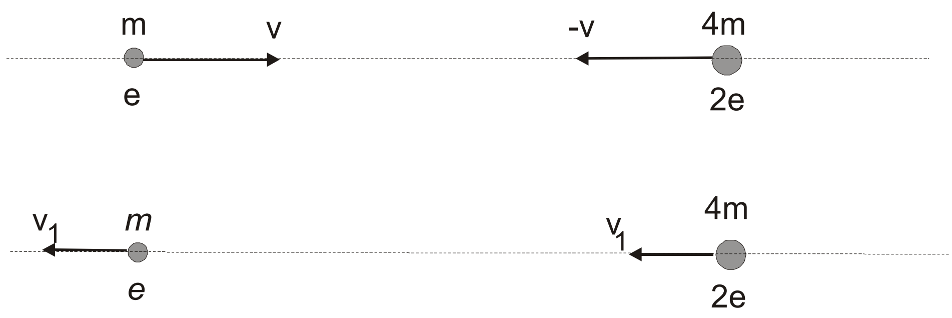
När detta sätts in i uttrycket för accelerationen *a* fås

$$a = \frac{2v^2}{h} = \frac{2 \cdot \frac{gh}{2}}{h} = g$$

Medelaccelerationen under upphoppet är alltså lika stor som tyngdaccelerationen. Medelkraften på vågen under upphoppet blir alltså $mg + mg = 2mg$.
Försökspersonen i uppgiftens diagram väger 70 kg. Toppvärdet för vågen är cirka 1,8 kN vilket stämmer ganska bra med beräkningen ovan som ger 1,4 kN som medelkraft i varje fall om man tar hänsyn till att det registrerade hoppet förmodligen var lägre än 25 % av försökspersonens längd.

Svar: Medelkraften på vågen är 2*mg* under upphoppet.

8. Partiklarna påverkar varandra med lika stora men motsatt riktade krafter. Krafterna är repulsiva eftersom båda partiklarna är positivt laddade. Eftersom partiklarna väger olika mycket kommer de emellertid att få olika accelerationer. Protonens acceleration blir fyra gånger större än alfapartikelns acceleration eftersom dess massa är en fjärdedel av alfapartikelns massa. Det betyder att protonen kommer att byta riktning på sin hastighet för att vid en något senare tidpunkt ha samma hastighet som alfapartikeln har bromsats till. Detta är också den tidpunkt då avståndet mellan partiklarna är minst. Därefter kommer protonen att öka sin hastighet åt vänster i figuren och alfapartikeln fortsätter att minska sin hastighet. Hastigheterna efter lång tid kan bestämmas med hjälp av rörelsemängdens bevarande och energiprincipen.



Rörelsemängd vid start: $mv - 4mv = -3mv$

Rörelsemängd då de har samma hastighet: $-3mv = mv_1 + 4mv_1$ ger $v_1 = -\frac{3v}{5}$

Vilket avstånd har de då? Antag att avståndet är x och använd energiprincipen.

Lägesenergin ges av $\int_{\infty}^{x} -\frac{k2e^2}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{2e^2k}{x}$ om lägesenergin är noll vid start och k är konstanten i Coulombs lag.

Energiprincipen ger $\frac{mv^2}{2} + \frac{4mv^2}{2} = \frac{2e^2k}{x} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{4mv_1^2}{2}$

Som med insatt värde $v_1 = -\frac{3v}{5}$ ger

$\frac{5mv^2}{2} = \frac{2e^2k}{x} + \frac{9mv^2}{10}$ eller $x = \frac{5ke^2}{4mv^2}$

Anmärkning: Med hjälp av energiprincipen och rörelsemängdens bevarande kan sluthastigheterna för partiklarna beräknas. Efter lång tid kommer protonen att ha hastigheten -2,2 v och alfapartikeln –0,2v.

Svar: Det minsta avståndet mellan protonen och alfapartikeln är $\frac{5ke^2}{4mv^2}$.