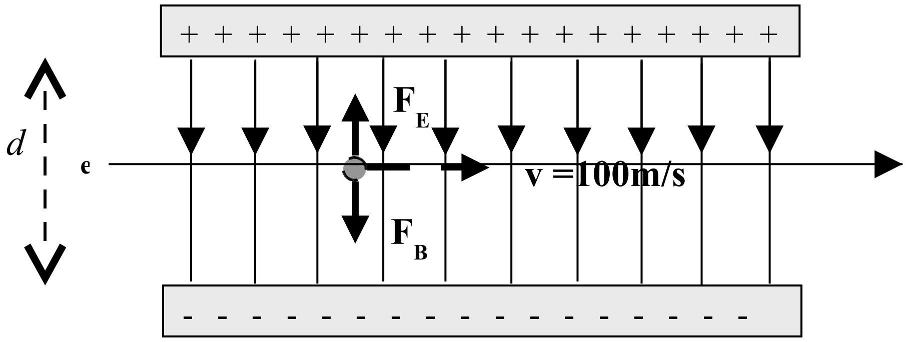
UPPGIFT 1.

$B = 0{,}10$ mT
$d = 0{,}10$ m



$F_B = q \cdot v \cdot B$
$F_E = q \cdot E$

$E = U / d$

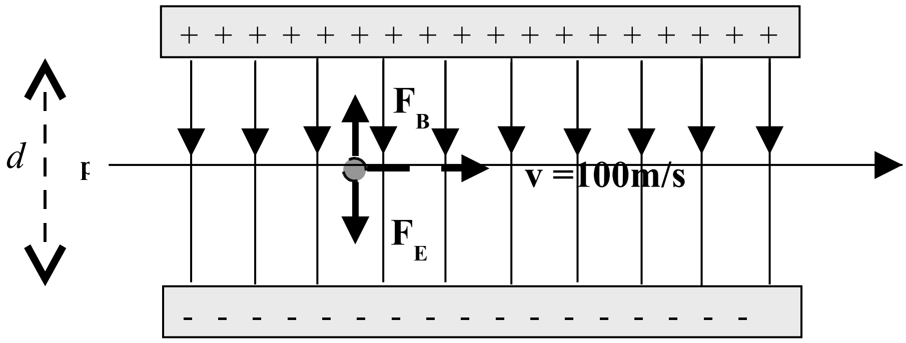
$F_B = F_E$

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot \frac{U}{d}$$

Magnetfältsriktning inåt anges med ×

$$U = d \cdot v \cdot B = 0{,}10 \cdot 100 \cdot 0{,}10 \cdot 10^{-3} = 1{,}0\,\text{mV}$$

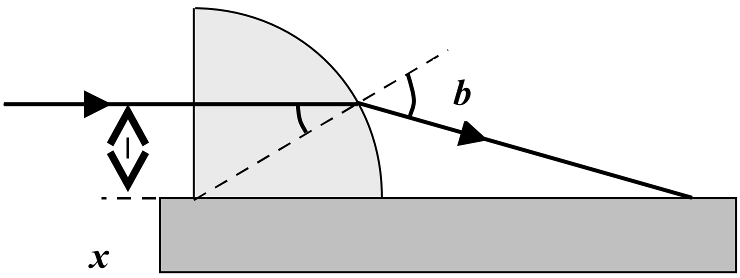
Om elektroner utbytes mot protoner byter både den elektriska och den magnetiska kraften riktning men deras storlek ändras ej. Gravitationskraftens storlek är försumbar.



Svar: Använd spänningen 1,0 mV, se figur. Protoner kräver ingen ändring!

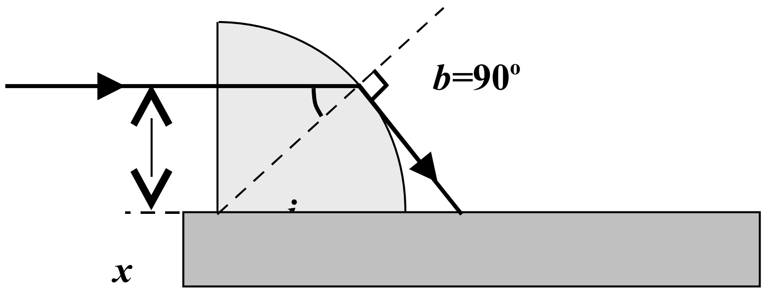
UPPGIFT 2.

Ju högre upp strålen faller (ju större x) desto större blir infallsvinkeln i och därmed brytningsvinkeln b.
Men det största x-värde vi kan välja är när brytningsvinkeln är 90º dvs. då infallsvinkeln = gränsvinkeln

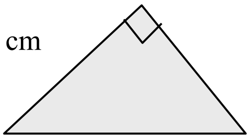


$1{,}5 \cdot \sin i_g = \sin 90^0$ $\quad$ $\boldsymbol{i_g = 41{,}8^o}$ $\quad$ $\sin i_g = \frac{x_{\max}}{r} = \frac{x_{\max}}{5{,}0}$ $\quad$ $\mathbf{x_{max} = 3{,}3\ cm}$

Avståndet a mellan prismats vänstra kant och där strålen träffar bordet fås ur den rätvinkliga triangeln



r = 5,0 cm



a = 5,0 / cos 41,8º = 6,71 cm

Svar: Det sökta avståndet är (6,71 - 5,0) cm = 1,71 cm

UPPGIFT 3

Avståndet till solen $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m
Varje m^2 mottar varje sekund energin 1360 J.

Totalt utstrålar solen varje sekund energien

$$4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 1360 = 4 \cdot \pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1360 = 3{,}85 \cdot 10^{26} \text{ J}$$

På $4{,}5 \cdot 10^9$ år blir denna energi

$$4{,}5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{26} = 5{,}46 \cdot 10^{43} \text{ J}$$

Hur många heliumkärnor motsvarar detta då varje heliumkärna har gett en
energi på $26{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J ?

$$N = \frac{5{,}46 \cdot 10^{43}}{26{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}28 \cdot 10^{55} \text{ kärnor}$$

Vilken massa motsvarar detta då varje
heliumatom väger 4,00 u = $4{,}00 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg

$$m = 1{,}28 \cdot 10^{55} \cdot 4{,}00 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} = 8{,}5 \cdot 10^{28} \text{ kg}$$

Då solens massa är $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg utgör den bildade heliummängden

$$\frac{8{,}5 \cdot 10^{28}}{1{,}989 \cdot 10^{30}} = 0{,}042 = 4{,}2\% \quad \text{av solens massa.}$$

Solen måste från början ha innehållit mer än 20 % helium.

Svar: Solen har under sin livstid tillverkat $8{,}5 \cdot 10^{28}$ kg väte; detta är endast 4,2 % av den nuvarande solmassan. Rimligen bör då det gasmoln som bildat solen ha bestått av åtminstone 20 % helium.

UPPGIFT 4

Från början fanns det lika stor andel U_{235}-atomer som U_{238}-atomer.
Ur tabell erhålles de två isotopernas halveringstider till
$7{,}038 \cdot 10^8$ år för U_{235} och $4{,}468 \cdot 10^9$ år för U_{238} .

Sönderfallet av en radioaktiv isotop ges av:

$$N = N_0 \exp\left(\frac{-\ln 2}{T_{1/2}} t \right)$$

Kvoten mellan två isotoper A och B blir:

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{N_{0,A}}{N_{0,B}} \exp\left(\left(\frac{-\ln 2}{T_{1/2,A}} - \frac{-\ln 2}{T_{1/2,B}} \right) t \right)$$

I vårt fall med ^{238}U och ^{235}U och med N_0 lika för isotoperna får vi:

$$\frac{N_{235}}{N_{238}} = \exp\left(\left(\frac{-\ln 2}{T_{1/2,235}} - \frac{-\ln 2}{T_{1/2,238}} \right) t \right) \approx \frac{0{,}72}{99{,}28},$$

vilket ger $t = 5{,}9 \cdot 10^9$ år.

Svar: Uranet bör i så fall ha bildats för 6 miljarder år sedan; detta är tidigare än solen har bildats (4,5 miljarder år sedan).

Uppgift 5.

Vid jämviktsläget är linans längd $l_1 = 15$ m
Linans är uttänjd Δl_1
Här gäller att kraften från linan $F_1 = mg$ dvs

$$k \cdot \Delta l_1 = m \cdot g \qquad \text{..................(1)}$$

Längst ner gäller att förlorad lägesenergi = upplagrad (potentiell) energi i linan

$$m \cdot g \cdot h = \frac{k \cdot \Delta l_2^{\,2}}{2} \qquad \text{.................. (2)}$$

(1) och (2) ger att $$k \cdot \Delta l_1 \cdot h = \frac{k \cdot \Delta l_2^{\,2}}{2} \qquad \text{..... (3)}$$

Då linans ursprungliga längd är l_0
fås att $\Delta l_1 = 15\ \text{m} - l_0$ och att $\Delta l_2 = 23\ \text{m} - l_0$
Insättes detta i ekv. ... (3) där $h = 25$ m
fås följande andragradsfunktion

$$50 \cdot (15 - l_0) = (23 - l_0)^2$$ som ger att $\underline{\boldsymbol{l_0 = 13\ \text{m}}}$

<u>Metod 1:</u> Största hastighet v_{max} erhålles vid jämviktsläget.
Där gäller att förlorad lägesenergi har blivit
rörelseenergi + potentiell energi i fjädern.
Hopparens fallhöjd sättes till $h_j = 17$ m (se figur)

$$m \cdot g \cdot h_j = \frac{m \cdot v_{\max}^{\,2}}{2} + \frac{k \cdot \Delta l_1^{\,2}}{2}$$ där $k \cdot \Delta l_1 = mg$

$$m \cdot g \cdot 17 \cdot 2 = m \cdot v_{\max}^{\,2} + m \cdot g \cdot 2$$

$$v_{\max} = \sqrt{32 \cdot g}$$ $\underline{\boldsymbol{v_{max} = 17{,}7\ \text{m/s}}}$

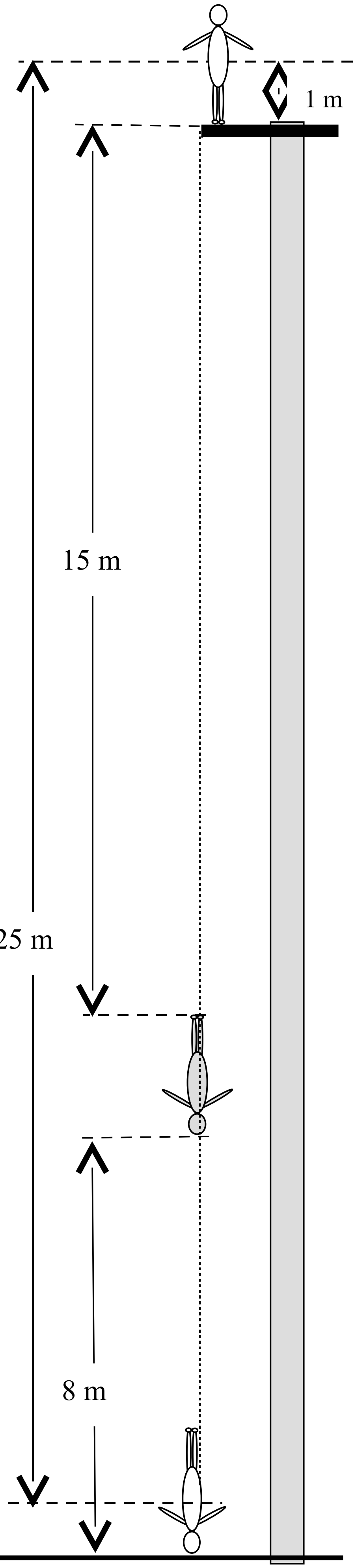
Största accelerationen a_{max} erhålles i nedre vändläget.
Linans k-värde erhålles ur ekv. ...(1) där $\Delta l_1 = 2$ m
Linan är uttänjd 10 m och har $k = mg/2$

$$F_{lina} = m \cdot g + m \cdot a_{\max}$$

$$10 \cdot \frac{m \cdot g}{2} = m \cdot g + m \cdot a_{\max}$$ $\underline{\boldsymbol{a_{max} = 4g = 39\ \text{m/s}^2}}$

<u>Metod 2:</u> Alternativ lösning: “Harmonisk svängning”
$\boldsymbol{v_{max}} = A \cdot \omega$ *och* $\boldsymbol{a_{max}} = A \cdot \omega^2$ där $A = 8$ m och

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{2 \cdot m}} = \sqrt{\frac{g}{2}}$$



Uppgift 6.

Texten bör tolkas så att utstrålad effekt/areaenhet beror av skikttjockleken Δx samt temperaturskillnaden ΔT.

a) Dimensionsresonemang ger att det bör gälla att $\frac{P_{ut}}{A} = \kappa \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$ där κ är värmeledningsförmågan.

Härav $\frac{P_{ut}}{A} =$ 2,0 W/(K·m) · 30 K/(1000 m) = 0,060 W/m^2

b) Jordklotets massa är $\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$, om R = jordklotets radie och ρ dess densitet.

Antag att för varje kg sten det produceras ε W/kg.
Sätt R = 637·10^4 m, ρ = 5 500 kg/m^3 och ε = 4·10^{-10} W/kg.

$$\frac{P_{ut}}{A} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho \varepsilon}{4\pi R^2} = \frac{R\rho\varepsilon}{3} \text{ W/m}^2 = 4{,}67 \text{ W/m}^2$$

Svar: Slutsatsen blir att om hela jorden hade samma koncentration av radioaktiva element som det finns i jordskorpan, skulle den utstrålade effekten vara mycket större än vad den är. Så kan alltså inte vara fallet!

Uppgift 7.

På jorden: höjdhopparen höjer sin tyngdpunkt h, till detta krävs energien $W = mg_j h$

Arbetet för massan m att lämna en himlakropp med radien r är $W = \frac{GMm}{r}$

där r är kroppens radie, M dess massa och G gravitationskonstanten.

Med $M = \rho V$ ger detta (ρ = himlakroppens densitet, V dess volym)

$$\frac{GMm}{r} = mg_j h \qquad \text{dvs}$$

$$\frac{G\rho\, 4\pi r^3}{3r} = g_j h \qquad r^2 = \frac{g_j h \cdot 3}{G\rho \cdot 4\pi}$$

Detta ger, med h = 1,5 m, $r \approx$ 5,1 km.

Alternativ lösning genom att använda flykthastigheten $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2g_j h}$

enligt energiprincipen; ger samma uttryck som ovan.

Svar: Minsta radie 5,1 km.

Uppgift 8.

a) Vi utgår från att Newtons lagar gäller för de tänkta negativa massorna.
Enligt Newtons gravitationslag påverkar två positiva massor m_1 och m_2 varandra med kraften

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

där G är universella gravitationskonstanten och r är avståndet mellan massorna. Vi vet dessutom att massorna *attraherar* varandra och accelerationerna är riktad som krafterna.

Byter vi nu ut m_1 och m_2 mot två negativa massor $-m_1$ respektive $-m_2$ påverkar dessa varandra med kraften

$$G\frac{(-m_1)(-m_2)}{r^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

så vi drar slutsatsen att kraftpåverkan mellan de negativa massorna ser likadan ut som i figuren ovan

Vi får dock en skillnad gentemot fallet med positiva massor. Enligt Newtons andra lag är accelerationen för respektive partikel

$$a_1 = \frac{F}{-m_1} = -G\frac{m_2}{r^2} \qquad a_2 = \frac{F}{-m_2} = -G\frac{m_1}{r^2},$$

som båda är negativa (i figuren nedan är $-m_1 < -m_2$, dvs $m_1 > m_2$).

Om repulsion innebär att partiklarna accelererar ifrån varandra kan vi alltså dra slutsatsen att negativa massor repellerar varandra.

8.b) En partikel med positiv massa m_1 och en partikel med negativ massa $-m_2$ påverkar varandra med kraften

$$G\frac{m_1 \cdot (-m_2)}{r^2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Detta ger följande kraftsituation

Men precis som i föregående fall kommer accelerationen på den negativa massan att motsatt riktning jämfört med kraften som påverkar den, medan den positiva massan får en acceleration i samma riktning som kraften som påverka den. De accelererar därför åt samma håll.
Om massorna har samma storlek kommer accelerationerna att ha samma storlek. Om m_1 till belopp är större än $-m_2$ kommer den negativa massan att få en högre acceleration och knappar, om det får fortgå, in på den positiva massan tills de slås samman. Om m_1 till belopp är mindre än $-m_2$ kommer den negativa massan att få en lägre acceleration och den positiva massan kommer att avlägsna sig från den negativa i det långa loppet.
(Man kan även visa att energien och rörelsemängden inte kan bevaras i alla fallen.)