FYSIKTÄVLINGEN

Finalen - teori
20 maj 2006

LÖSNINGSFÖRSLAG

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1. Enligt texten gäller

$a\sin\alpha = \lambda$ och $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \dfrac{d}{2D}$ (små vinklar) $\Rightarrow$ $a = \dfrac{2\lambda D}{d}$

Vi vet även att $\lambda = 633\,\text{nm}$, $L_0 = 0{,}0904\,\text{m}$ och att $D = 1{,}70\,\text{m}$.

Aluminiumbandets längdökning ΔL bestäms av spaltviddens ökning från startvärdet vid temperaturen 17 ° C

Med hjälp av den uppmätta tabellen kan nu följande tabell ställas upp

t/°C	d/m	a/m spaltvidd	ΔL / m	Δt / ° C	$\dfrac{\Delta L}{L_0}$
17	0,0128	$1{,}68\cdot 10^{-4}$	0	0	0
40	0,0102	$2{,}11\cdot 10^{-4}$	$0{,}43\cdot 10^{-4}$	23	$4{,}75\cdot 10^{-4}$
57	0,0086	$2{,}50\cdot 10^{-4}$	$0{,}82\cdot 10^{-4}$	40	$9{,}07\cdot 10^{-4}$
75	0,0074	$2{,}91\cdot 10^{-4}$	$1{,}23\cdot 10^{-4}$	58	$13{,}6\cdot 10^{-4}$
90	0,0066	$3{,}26\cdot 10^{-4}$	$1{,}58\cdot 10^{-4}$	73	$17{,}5\cdot 10^{-4}$

För längdutvidgningen gäller sambandet

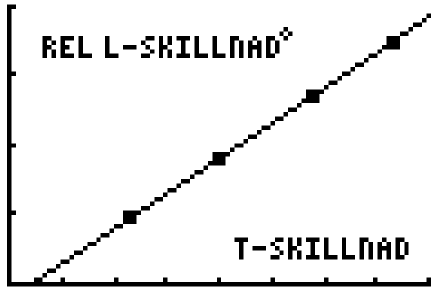
$L = L_0(1 + \alpha\cdot\Delta t)$ vilket ger $\Delta L = L - L_0 = L_0\alpha\cdot\Delta t$ vilket ger $\dfrac{\Delta L}{L_0} = \alpha\cdot\Delta t$.

Längdutvidgningskoefficienten, α, för aluminium kan då bestämmas som riktningskoefficienten för den räta linjen $\dfrac{\Delta L}{L_0} = \alpha\cdot\Delta t$.

Med hjälp av en grafisk räknare och linjär anpassning av en rät linje till mätpunkterna fås då

$\dfrac{\Delta L}{L_0} = 2{,}5\cdot 10^{-5}\cdot\Delta t$ vilket ger $\alpha = 2{,}5\cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1}$.

Tabellvärdet är $\alpha = 2{,}4\cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1}$.



Svar: **Längdutvidgningskoefficienten för aluminium bestämdes till** $2{,}5\cdot 10^{-5}\,\text{K}^{-1}$.

2. Snowboardartistens tyngd , Mg, balanseras av den uppåtriktade vindens lyftkraft, F, som kan tecknas som

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

där Δp utgör ändringen av rörelsemängden hos den inkommande luftmassan som träffar brädan vars tvärsnittsarea antas vara A under tiden Δt. Luftmolekylerna studsar mot brädan och kan då maximalt få hastighetsändringen $\Delta v = 2v$ där v är luftens hastighet om vi begränsar oss till hastigheter i vertikalled. Efter en sådan kollision möter ju dessa luftmolekyler inkommande luftmolekyler vilket innebär att det knappast blir så stor hastighetsförändring. Om luftmolekylerna istället "absorberas" av brädan vid kollisionen blir $\Delta v = v$ vilket bör vara en underskattning. Låt oss anta att $\Delta v = 1{,}5v$. Om vi väljer $\Delta t = 1$ s får den inkommande luften volymen

$$V = A \cdot v$$

som ger luftmassan

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot v$$

och

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = \rho A v \cdot 1{,}5v$$

som, ger

$$Mg = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\rho A v \cdot 1{,}5v}{1} = 1{,}5\rho A v^2$$

som ger

$$v = \sqrt{\frac{Mg}{1{,}5\rho A}}\,.$$

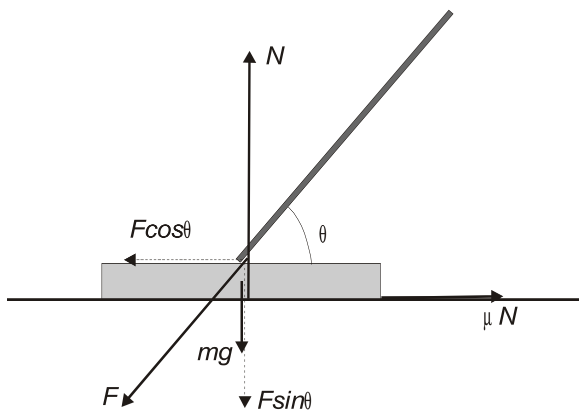
Vi uppskattar M= 100 kg och A= 0,5 m^2.

Vi vet att luftens densitet $\rho = 1{,}3\ \text{kg/m}^3$

Detta ger $v = \sqrt{\frac{100 \cdot 10}{1{,}5 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}5}}\ \text{m/s} \approx 32\ \text{m/s}$

Svar: Vindhastigheten kan uppskattas till 30 m/s.

3. Antag att boken har massan m och att kraften utefter meterstaven är F. Kraften F bildar vinkeln θ med golvet enligt figuren. Normalkraften betecknas N och friktionskoefficienten μ. Med figurens beteckningar gäller då för krafterna i horisontell respektive vertikal led följande samband vid jämvikt d v s antingen då boken rör sig framåt med konstant hastighet eller är i vila.



Horisontellt

$$F\cos\theta - \mu N = 0$$

Vertikalt

$$N - mg - F\sin\theta = 0 \Leftrightarrow N = mg + F\sin\theta$$

Om vi sätter in uttrycket för N i den första ekvationen erhålls

$$F\cos\theta - \mu mg - \mu F\sin\theta = 0 \Leftrightarrow F(\cos\theta - \mu\sin\theta) = \mu mg$$

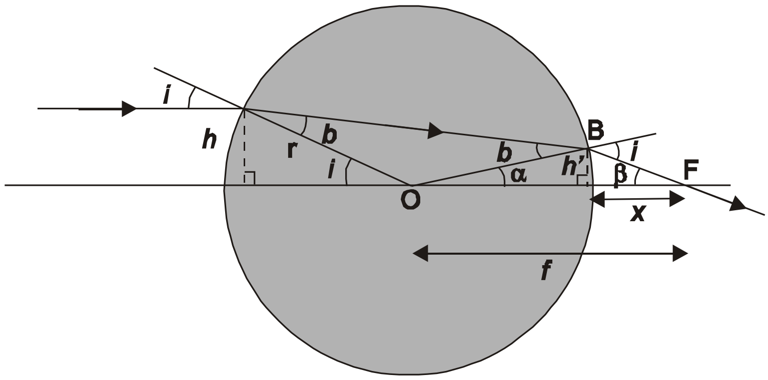
Högerledet i det sista uttrycket är konstant vilket innebär att när den påskjutande kraften F ökar minskar uttrycket i parentesen. När uttrycket blir noll hjälper det inte att öka kraften F. Boken kommer ändå inte att röra sig framåt.
Då gäller

$$\cos\theta = \mu \sin\theta \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{\tan\theta}$$

Om vinkeln θ bestäms till 75° fås alltså $\mu = \frac{1}{\tan 75} \approx 0{,}27$

Svar. Om den kritiska vinkeln är 75° blir friktionskoefficienten 0,27.

4. a) Enligt texten är vinklarna små och sinus och tangens kan därför ersättas med vinkeln,
$\sin i \approx \tan i \approx i$
Med hjälp av brytningslagen och figuren fås följande samband om sfärens brytningsindex är n och dess radie är r.



$i \approx \frac{h}{r}$ och med hjälp av brytningslagen $i \approx n \cdot b$ som ger $b \approx \frac{i}{n} \approx \frac{h}{nr}$

Av figuren framgår att $\alpha = \pi - i - (\pi - 2b) = 2b - i = \frac{2h - nh}{nr}$.

Brytningen i den andra ytan med infallsvinkeln b ger brytningsvinkeln i, som är yttervinkel i triangeln OBF. Yttervinkelsatsen ger då vinkeln β.

$$\beta = i - \alpha = i - (2b - i) = 2i - 2b = \frac{2h}{r} - \frac{2h}{nr}$$

Vidare gäller $h' \approx r\alpha = r(2b - i) = r\left(\frac{2h}{nr} - \frac{h}{r}\right) = \frac{2h}{n} - h$

Detta ger till sist x i sambandet

$$\tan\beta \approx \beta = \frac{h'}{x} \text{ som ger } x = \frac{h'}{\beta} = \frac{\frac{2h}{n} - h}{\frac{2h}{r} - \frac{2h}{nr}} = \frac{r(2 - n)}{2n - 2}.$$

För glassfären med n=1,5 gäller då $x = \frac{r(2 - 1{,}5)}{2 \cdot 1{,}5 - 2} = 0{,}5r$ som ger $f = r + 0{,}5r = 1{,}5r$

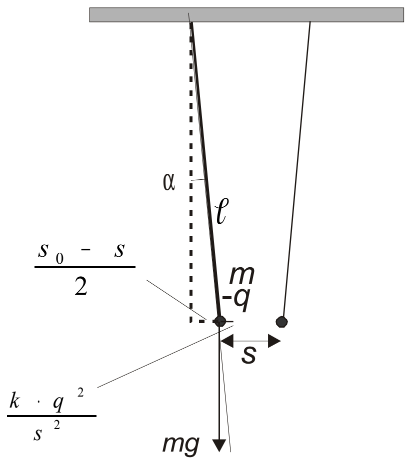
Svar: a) Linsens brännvidd blir $f = 1{,}5r$.

b) Om glassfärens radie är 1,0 mm blir brännvidden f = 1,5 mm. Luppens förstoring blir

$$M = \frac{\sigma}{f} = \frac{\sigma}{1{,}5r} \approx \frac{250}{1{,}5 \cdot 1} \approx 167 \text{ gånger}$$

Svar. b) Luppen får då vinkelförstoringen 170 gånger**.**

5. Med figurens beteckningar gäller med hjälp av Coulombs lag och trigonometriska samband



$$\sin\alpha = \frac{\frac{s_0 - s}{2}}{\ell}$$

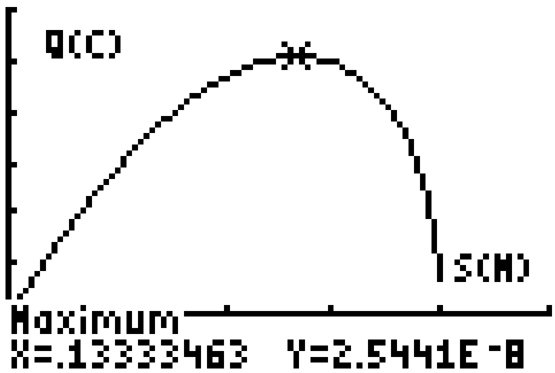
$$\tan\alpha = \frac{\frac{kq^2}{s^2}}{mg}$$

eftersom α är en liten vinkel, $\ell >> s_0$ gäller $\sin\alpha \approx \tan\alpha$
k är konstanten i Coulombs lag och g är tyngdaccelerationen.

Detta ger $\frac{s_0 - s}{2\ell} \approx \frac{kq^2}{mgs^2}$ som ger

$$q = \sqrt{\frac{mgs^2(s_0 - s)}{2\ell k}} \approx \sqrt{\frac{1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}82}{2 \cdot 1{,}0 \cdot 8{,}99 \cdot 10^9}} \cdot s \cdot \sqrt{0{,}20 - s} \approx 7{,}39 \cdot 10^{-7} \cdot s \cdot \sqrt{0{,}20 - s}$$

Av grafen till denna funktion framgår att det finns ett största möjliga värde på q. Enligt grafen skulle q minska när avståndet s mellan laddningarna underskrider det kritiska värdet s_{kritiskt} som fås vid det maximala q-värdet. I vårt fall är funktionens definitionsområde begränsat nedåt av s_{kritiskt}. Vi kan nu antingen bestämma q numerisk med hjälp av räknaren eller derivera $q(s)$ och bestämma derivatans nollställe. Derivering ger



$$\frac{dq}{ds} = \sqrt{\frac{mg}{2\ell k}} \cdot 1 \cdot \sqrt{s_0 - s} + \sqrt{\frac{mg}{2\ell k}} \cdot s \cdot \frac{-1}{2\sqrt{s_0 - s}} = \sqrt{\frac{mg}{2\ell k}} \cdot \frac{2(s_0 - s) - s}{2\sqrt{s_0 - s}} = \sqrt{\frac{mg}{2\ell k}} \cdot \frac{2s_0 - 3s}{2\sqrt{s_0 - s}}$$

Derivatan har alltså nollstället $s = \frac{2s_0}{3} \approx 0{,}133\text{ m}$.

Insättning av detta värde i $q(s)$ ger q = 25,4 nC

Svar. Då laddningen q ökas minskar avståndet s. När q når 25,4 nC är avståndet s = 13,3 cm. Ytterligare ökning av q innebär att laddningarna slår ihop d v s s blir noll.