SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

Fysiktävlingen 2006. Lösningsförslag.

Uppgift 1.

Vi får anta att kinetisk energi övergår i lägesenergi, och att tyngdpunkten lyftes 6,5 m.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$t = \frac{s}{\sqrt{2gh}} = \frac{100}{\sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 6{,}5}} = 8{,}851 \approx 8{,}9 \text{ s}$$

Stöten av stången mot marken är inte helt elastisk och med luftmotståndet på vägen upp blir lägesenergin mindre än den kinetiska energin $\Rightarrow$ en för låg hastighet och en för lång tid. Att det är svårare att springa med stav än utan, bidrar åt samma håll.
Avstampet och armarnas arbete ökar lägesenergin och ger motsatt resultat. Att man inte räknar med accelerationen, ger också en för kort tid.

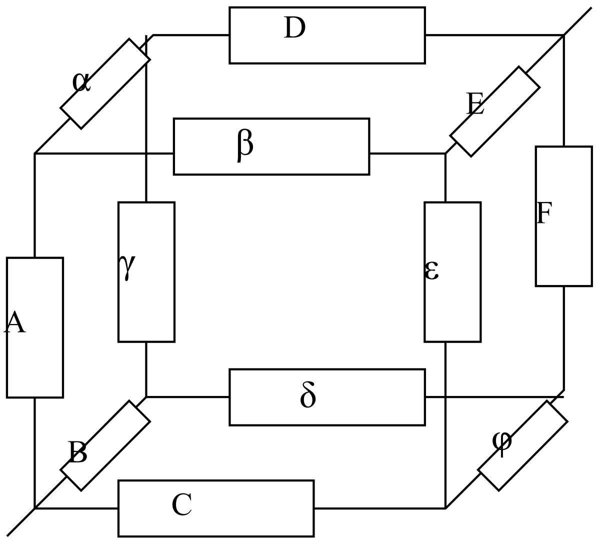
SVAR: Tiden blir 8,9 s. Se ovan!

Uppgift 2.

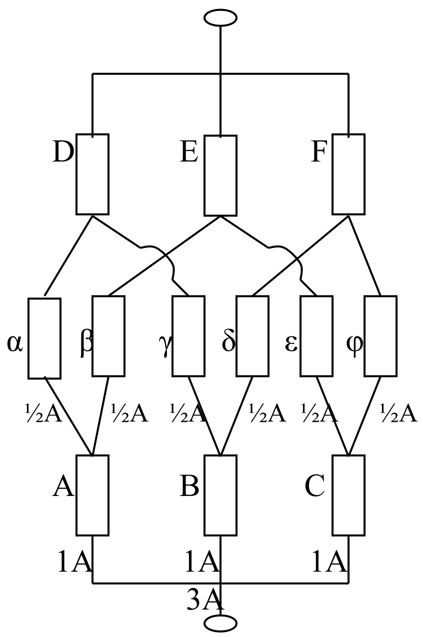
.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$
$$U = R_A I_A + R_\beta I_\beta + R_E I_E = 1 \cdot 1 + 1 \cdot \tfrac{1}{2} + 1 \cdot 1 = 2{,}5 \text{ V}$$

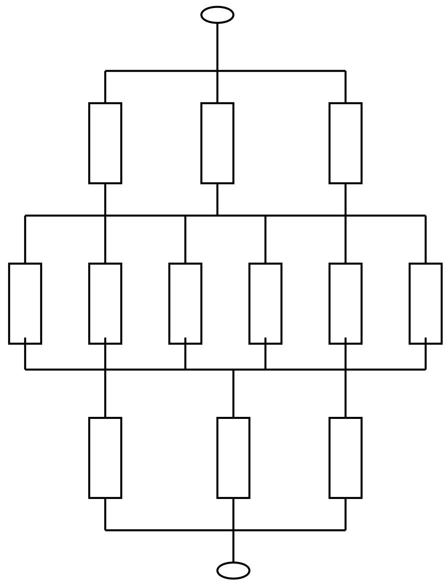
$$R_{tot} = \frac{U}{I} = \frac{2{,}5}{3} = 0{,}833 \approx 0{,}83\ \Omega$$



Om man inte direkt i figuren ovan ser hur strömmarna går och vilka punkter, som har samma potential, kanske något av nedanstående scheman kan hjälpa.



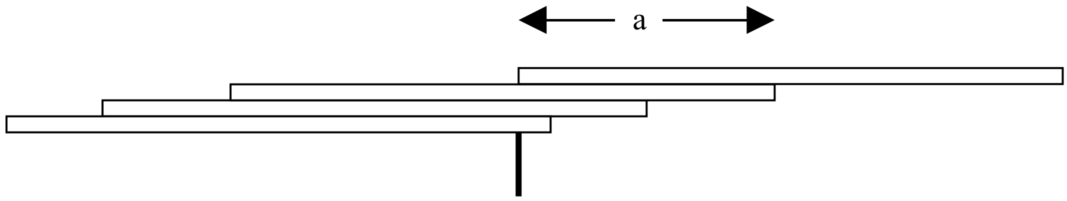
Alt. schema: Pga. symmetriskäl får alla punkter efter resistanserna A, B och C samma potential. Samma gäller punkterna före resistanserna D, E och F. Schemat kan därför ritas så här:

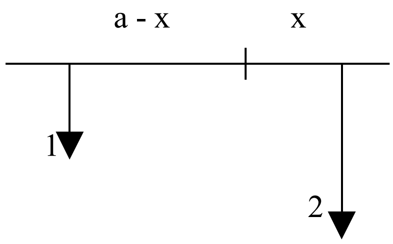


SVAR: 0,83 Ω

Uppgift 3.

En kortlängd = 2a. Kraften mäts i ”kort-tyngder”.
Översta kortets tyngdpunkt placeras ovanför kanten på nästa kort. De två översta kortens gemensamma tyngdpunkt ligger på avstånden a/2 från kanterna.



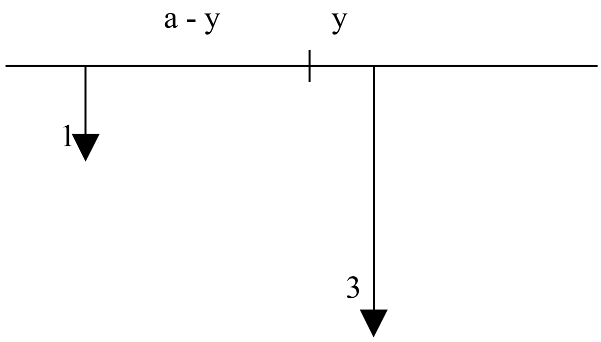


Tp_{123} :

$1 \cdot (a - x) = 2x$

$a = 3x$

$x = \dfrac{a}{3}$



Tp_{1234} :

$1 \cdot (a - y) = 3y$

$a = 4y$

$y = \dfrac{a}{4}$

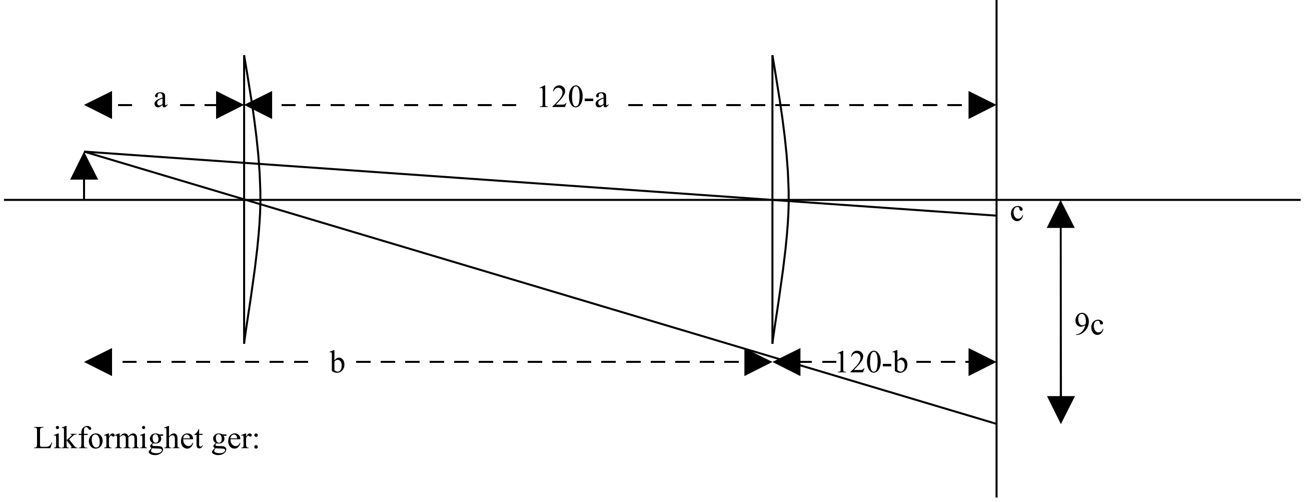
Avståndet från korthögens tyngdpunkt till yttre kortets tyngdpunkt:

$$\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} = \frac{13a}{12}$$

SVAR: Det går att med $\dfrac{1}{24}$:s kortlängds marginal att få korten att ligga kvar.

Uppgift 4.

a = 120 – b och b = 120 – a pga. strålgångens omvändbarhet. Om 9c istället är föremål, får vi en bild = L.



Likformighet ger:

$$\frac{L}{c}=\frac{b}{120-b} \quad \text{och} \quad \frac{L}{9c}=\frac{a}{120-a} \quad \text{ger} \quad \frac{b}{120-b}=\frac{9a}{120-a}$$

$$120b-ab=1080a-9ab$$
$$8ab=1080a-120b$$
$$8ab=120(9a-b) \text{ och } b=120-a \text{ ger}$$
$$8a(120-a)=120(9a-120+a)$$
$$120a-a^2=150a-1800$$
$$1800=30a+a^2$$
$$a=-15\pm\sqrt{15^2+1800}\equiv-15\pm 45$$
$$a=30\ ,\ (a=-50)\ ,\ b=90$$

Linformeln ger

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{30}-\frac{1}{90} \quad \text{ger} \quad f=22{,}5$$

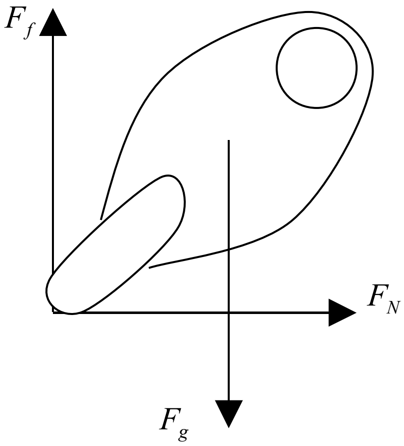
F är ljusflödet från ljuskällan. Den del av ljusflödet, som träffar linsen med radien r, fördelas på bilden. Detta ger ljusflöde per areaenhet.

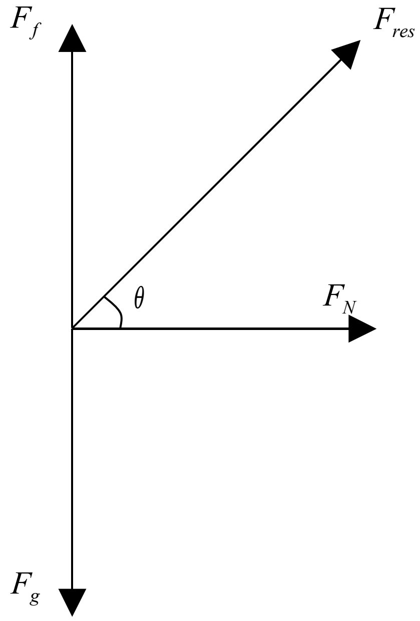
$$\frac{F\cdot\pi\cdot r^2}{4\cdot\pi\cdot a^2}\Big/(\pi\cdot(9c)^2 \equiv konst.\cdot\frac{1}{30^2\cdot 9^2} \qquad \frac{F\cdot\pi\cdot r^2}{4\cdot\pi\cdot b^2}\Big/(\pi\cdot(c)^2 \equiv konst.\cdot\frac{1}{(90)^2\cdot 1^2}$$

SVAR: Den mindre bilden är ljusstarkast (9 ggr starkare).

Uppgift 5.

.





Resultanten av F_f och F_N skall gå genom tyngdpunkten för motorcykeln med förare.
Normalkraft är också centripetalkraft ekv. 1 : $F_N = F_{cp}$.
Vid lägsta fart är normalkraften den minsta möjliga för att friktionskraften inte skall bli mindre än tyngdkraften ekv. 2 : $F_f = F_g \Rightarrow \mu \cdot F_N = mg$

a) ekv 1 och 2 ger $\mu \cdot F_{cp} = mg \Rightarrow \mu \cdot \dfrac{mv^2}{R} = mg$ ger $v^2 = \dfrac{Rg}{\mu}$

$$v = \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 9{,}82}{1}} = 7{,}007 \approx 7{,}0 \text{ m/s}$$

b) Ur figur fås: $\tan\theta = \dfrac{F_f}{F_N}$ $\quad \tan\theta = \dfrac{\mu' \cdot F_N}{F_N}$ $\quad \tan\theta = \mu'$

μ' är den lägsta möjliga friktionkoefficient vid en viss hastighet, för att motorcykeln inte skall glida ner. μ' kan givetvis vara större, men då gäller inte ovanstående.

ekv. 1 och 2 ger $\mu' \cdot F_{cp} = mg$ ger

$\dfrac{\mu' \cdot mv^2}{R} = mg$ ger $(\mu' =)\tan\theta = \dfrac{R \cdot g}{v^2}$

$$\theta = \arctan(\frac{Rg}{v^2})$$

c) Största friktionkoefficenten $\mu = 1 \Rightarrow$ $\tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^O$

SVAR: a) 7,0 m/s b) $\theta = \arctan(\dfrac{Rg}{v^2})$ c) Maximalt 45°

Uppgift 6.

a) 1 kmol innehåller 6,022 10^{26} molekyler (atomer i metaller) = Avogadros tal

Energi i 1 kg Pu: $W = \frac{1}{A} \cdot N_A \cdot W_{5,5}$

$$W = \frac{1}{238} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{26} \cdot 5{,}5 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2{,}229 \cdot 10^{12} \text{ J} \approx 2{,}2 \text{ TJ}$$

b) Aktiviteten $\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}$

$$N = m \frac{N_A}{A} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 33 \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{26}}{238} \cdot 2^{-\frac{7}{88}} = 7{,}9019 \cdot 10^{25}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{0,5}} = \frac{\ln 2}{88 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600} = 2{,}496 \cdot 10^{-10}$$

Effekten:

$P = \lambda \cdot N \cdot W_{5,5} = 2{,}496 \cdot 10^{-10} \cdot 7{,}9019 \cdot 10^{25} \cdot 5{,}5 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19} \text{ W} = 1{,}7380 \cdot 10^{4} \text{ W} \approx 17$ kW

SVAR: 17 kW

Uppgift 7.

Densitet $\rho_{Cu} = 8{,}96$ g/cm^3

Atommassa A = 63,546 u

Massan $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot d \cdot h = 8{,}96 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0{,}012 = 1{,}0752$ g

Antal atomer $N = m \cdot \frac{N_A}{A} = 1{,}0759 \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}}{63{,}546} = 1{,}0189 \cdot 10^{22}$

Ström = laddningsmängd som passerar ändytan per sekund

Antal laddningar per sekund: $\frac{I}{e} = \frac{0{,}5}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}} = 3{,}121 \cdot 10^{18}$

Tiden för alla laddningar, som finns i kopparplattan från början,

att röra sig ut ur plattan: $t = \frac{N}{I/e} = \frac{1{,}0189 \cdot 10^{22}}{3{,}121 \cdot 10^{18}} = 3264$ s

Hastigheten $v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}10}{3264} = 3{,}063 \cdot 10^{-5}$ m/s

Krafterna $F_e = F_m$ ger $E \cdot e = B \cdot e \cdot v$ och E-fältet $E = \frac{U}{d}$

Hallspänning $\frac{U_{Hall}}{d} \cdot e = B \cdot e \cdot v$

$U_{Hall} = B \cdot d \cdot v = 1 \cdot 0{,}01 \cdot 3{,}063 \cdot 10^{-5} = 3{,}063 \cdot 10^{-7} \approx 0{,}31\mu$ V

SVAR: 0,31 μV

Uppgift 8.

8. Arbetet ΔW för att förflytta kometen en kort sträcka ΔR:

$$\Delta W = F_G \cdot \Delta R \quad \text{och} \quad F_G = C\frac{m \cdot M}{R^2}$$

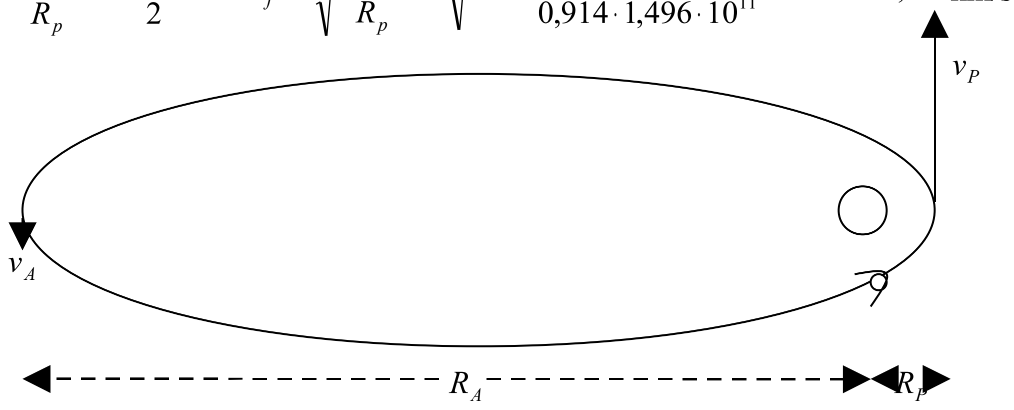
Integrerat från oändligheten till avståndet R_P får man den förlorad energin:

$$\int_0^{W_P} dW = \int_\infty^{R_P} \frac{C \cdot M \cdot m}{R^2} dR \Rightarrow W_P = CMm\left[-\frac{1}{R}\right]_\infty^{R_P} \equiv -\frac{CmM}{R_P}$$

Kinetisk energi vid flykthastighet övergår i flyktarbetet från perihelium till oändligheten

$$W_P \to W_{kf}$$

$$\frac{CmM}{R_p} = \frac{mv_f^2}{2} \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2CM}{R_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}989 \cdot 10^{36}}{0{,}914 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}}} = 44{,}06 \text{ km/s}$$



μ'

Eftersom kometen fångats in i en bana runt solen, har den förlorat energin W_- .

$W_- = -W_P + W_{kP} = -W_A + W_{kA}$

W_P och W_A är flyktarbetet i perihelium resp. aphelium.

W_{kP} och W_{kA} är kinetiska energierna i dessa punkter.

$$-\frac{CmM}{R_P} + \frac{mv_P^2}{2} = -\frac{CmM}{R_A} \cdot \frac{R_P}{R_P} + \frac{mv_A^2}{2}$$

$$-\frac{CM}{R_P} + \frac{v_P^2}{2} = -\frac{CM}{R_A} \cdot \frac{R_P}{R_P} + \frac{v_A^2}{2} \quad \text{och} \quad \frac{CM}{R_P} = \frac{v_f^2}{2} \quad \text{ger}$$

$$-\frac{v_f^2}{2} + \frac{v_P^2}{2} = -\frac{v_f^2}{2} \cdot \frac{R_P}{R_P} + \frac{v_A^2}{2}$$

Rörelsemängdsmomentet är konstant: $mv_A R_A = mv_P R_P \Rightarrow v_A^2 = \frac{v_P^2 \cdot R_P^2}{R_A^2}$

$$-v_f^2 + v_P^2 = -v_f^2 \frac{R_P}{R_A} + \frac{v_P^2 R_P^2}{R_A^2} \Rightarrow \qquad v_f^2\left(\frac{R_P}{R_A} - 1\right) = v_P^2\left(\frac{R_P^2}{R_A^2} - 1\right)$$

Konjugatregeln används på högerledet

$$v_f^2 = v_P^2\left(\frac{R_P}{R_A} + 1\right) \Rightarrow \qquad R_A = \frac{R_P}{\frac{v_f^2}{v_P^2} - 1} = \frac{0{,}914 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}}{\frac{44{,}0596^2}{44{,}01^2} - 1} = 6{,}0628 \cdot 10^{13} \text{ m} = 405{,}3 \text{ AE}$$

Medelavståndet för kometen:

$$\overline{R}_{kom} = \frac{R_A + R_P}{2} = \frac{405{,}26 + 0{,}91}{2} = 203{,}08$$

Keplers lagar används kometen och Jorden

$$\frac{R_{kom}^3}{T_{kom}^2} = \frac{R_j^3}{T_j^2}$$ värdena för Jorden blir 1, om vi använder AE och jordår

$$T = \sqrt{R_{kom}^3} = \sqrt{203{,}08^3} = 2894 \text{ år} \qquad 1997+2894= 4891$$

SVAR: Flykthastigheten i perihelium är 44,06 km/s, aphelieavståndet är 405 AE samt man kan räkna med att kometen återkommer omkring år 4900.