

FYSIKTÄVLINGEN

KVALIFICERINGS- OCH LAGTÄVLING

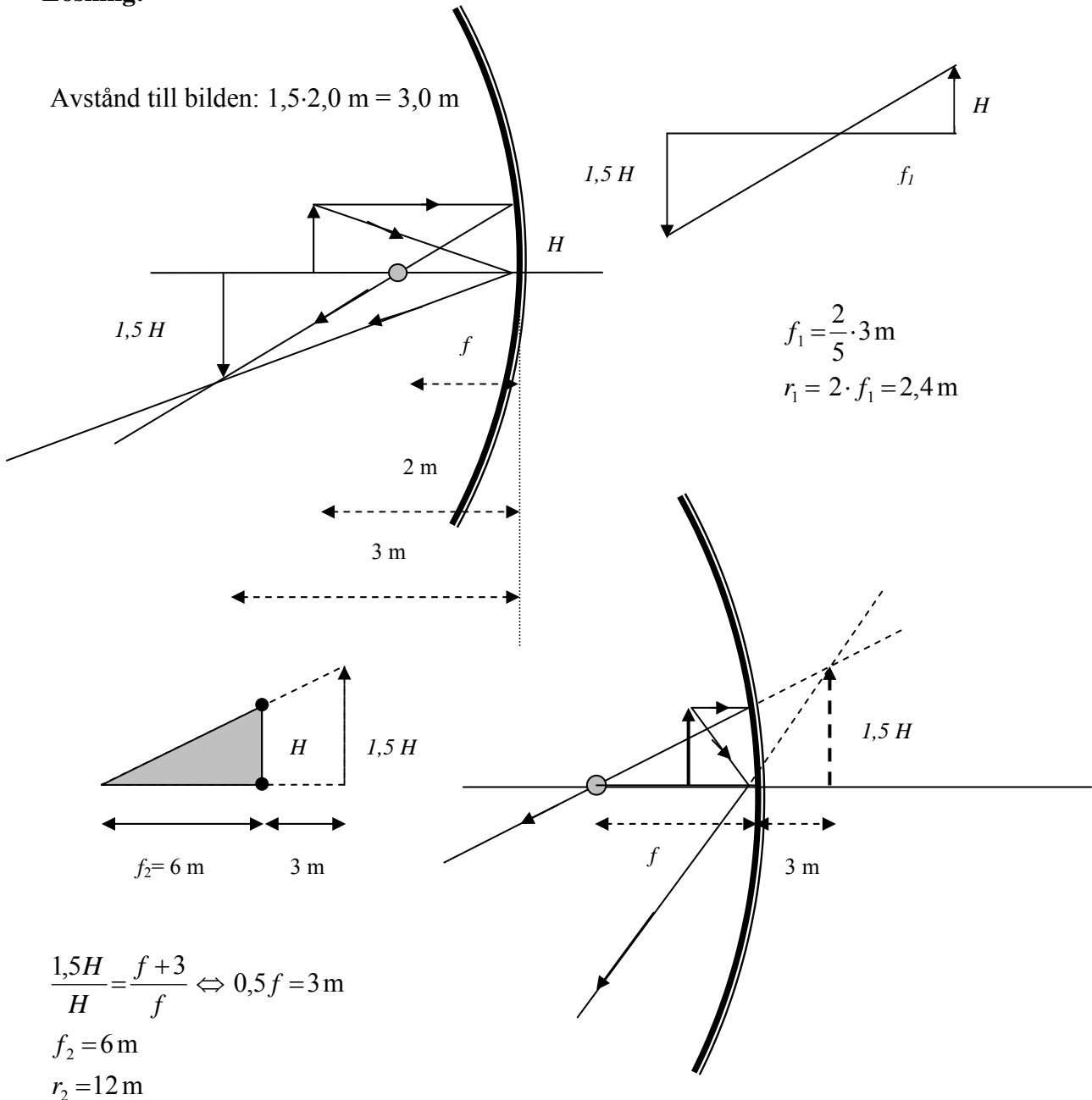
31 januari 2008

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

1.

Lösning:

Avstånd till bilden: $1,5 \cdot 2,0 \text{ m} = 3,0 \text{ m}$



$$\frac{1,5H}{H} = \frac{f+3}{f} \Leftrightarrow 0,5f = 3 \text{ m}$$

$$f_2 = 6 \text{ m}$$

$$r_2 = 12 \text{ m}$$

Svar: Det finns två möjliga krökningsradier 1,2 m och 12 m.

2.

Lösning:

$$7 \text{ part/cm}^3 = 7 \cdot 10^6 \text{ part/m}^3$$

Om vi anser solvinden lokalt vara parallell, utgör de partiklar som per sekund passerar ett tvärsnitt av 1 m^2 en pelare med måtten $1 \cdot 1 \cdot 400\,000 \text{ m}^3$. Antalet partiklar i denna blir $2,8 \cdot 10^{12}$ st. En sfär runt solen med jordbanradien har arean $= 4\pi \cdot R^2 \text{ m}^2$, där R är jordbanradien. Detta ger ett totalt utflöde/s $P = 7,92 \cdot 10^{35}$ partiklar/s.

Noggrannheten är ensiffrig, så det går 12 H på 1 He.

u betecknar atomära massenheten. A masstalet.

$$\frac{\text{Massa}}{\text{timme}} = \left(\frac{12}{13} \cdot P \cdot A_H \cdot u + \frac{1}{13} \cdot P \cdot A_{He} \cdot u \right) \cdot 3600 = \frac{16}{13} \cdot P \cdot u \cdot 3600 = 5,83 \cdot 10^9 \text{ ton/h}$$

Massutflöde per timme blir $\approx 6 \cdot 10^9 \text{ ton/h}$

Svar: Solen förlorar 6 miljarder ton massa varje timme.

3.

Lösning:

En gång i tiden var andelen ^{235}U 3,5 % av allt U. Den kunde naturligtvis vara högre, men gäller det den senaste tidpunkten som det var möjligt. Vid denna tidpunkt kom det in tillräckligt med vatten i malmen för att kärnklyvningsprocessen skulle komma igång. Uppgiften blir att ta reda på hur länge sedan naturligt U bestod av 3,5 % ^{235}U .

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T}$$

För t år sedan var andel $^{235}\text{U} = 0,035 N_0$ och andel $^{238}\text{U} = 0,965 N_0$

$$\text{Idag är } N_{235} = 0,035 N_0 \cdot 2^{-t/T_{235}} \quad N_{238} = 0,965 N_0 \cdot 2^{-t/T_{238}}$$

$$\frac{N_{235}}{N_{238}} = \frac{0,035 N_0}{0,965 N_0 \cdot 2^{-t/T_{235} + t/T_{238}}}$$

$$\frac{0,0072}{0,9928} = \frac{0,035}{0,965 \cdot 2^{-t/T_{235} + t/T_{238}}}$$

$$\ln 0,19995 = \frac{-t(T_{235} - T_{238}) \cdot \ln 2}{(T_{235} \cdot T_{238})}$$

$$t = 19,62 \cdot 10^8 \approx 2,0 \text{ miljarder år}$$

Svar: För ca 2,0 miljarder år sedan.

4.

Lösning:

$$W_{\text{luft}} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot A \cdot v \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v^3}{2}$$

Effekten (energin på en sekund) blir då

$$\frac{W_{\text{luft}}}{t} = \frac{1,29 \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 12^3}{1 \cdot 2} \text{ W} = 56\,032 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{13\,000}{56\,023} \approx 0,23$$

Svar: Verkningsgraden blir 23%.

5.

Lösning:

Här anses den inre cylindern också svänga med frekvensen 1,11 Hz.

Övre vätskeytans höjdändring försummas.

Vid harmonisk svängning gäller att

$$F_{\text{max}} = m \cdot a_{\text{max}} = m \cdot A\omega^2 \text{ samt att}$$

$$F_{\text{max}} = A \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g \quad \text{enligt Arkimedes princip}$$

$$\rho = \frac{m \cdot A\omega^2}{A \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g} = \frac{0,306 \cdot (2\pi \cdot 1,11)^2}{0,02^2 \cdot \pi \cdot 9,82} \text{ kg/m}^3 = 1\,206 \text{ kg/m}^3 \approx 1,21 \text{ g/cm}^3$$

Svar: Densiteten för vätskan är 1,21 g/cm³

6.

Lösning:

Vi bestämmer största och minsta horisontella kraften med olika metoder.

METOD 1. Lösning genom att summera lilla karusellens acceleration och personens acceleration på lilla karusellen.

I ytterläge:

$$a = 3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6,2}\right)^2 + 0,9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2,07}\right)^2 \approx 11,4 \text{ m/s}^2 \quad (F_1=221 \text{ N} \quad F_2=599 \text{ N})$$

$$F = 72 \cdot 11,4 = 821 \text{ N}$$

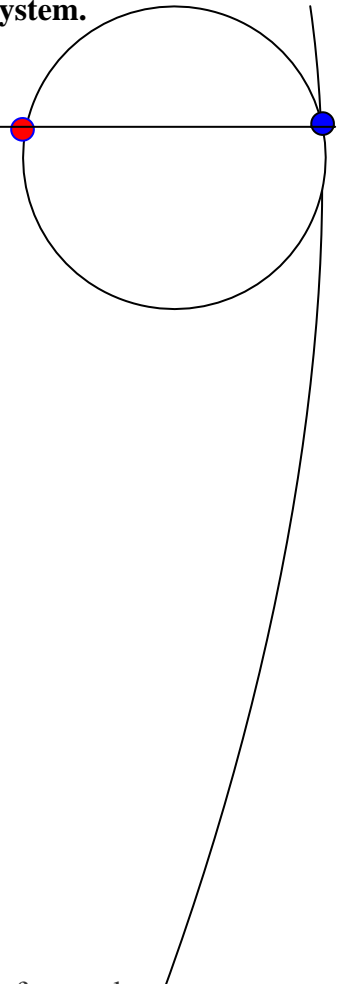
I innerläget: Lilla karusellens acc. - personens acc på lilla karusellen

$$a = 3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6,2}\right)^2 - 0,9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2,07}\right)^2 \approx -5,2 \text{ m/s}^2$$

$$|F| = 72 \cdot 5,2 = 377 \text{ N}$$

METOD 2. Lösning genom att beskriva personens läge i ett koordinatsystem.

Stora karusellens centrum i origo.



Vi studerar de två olika fallen enligt figur där vi sätter $t = 0$ då personen befinner sig längst ut resp. längst in.

Vi behöver bara studera partikelns läge i x-led eftersom accelerationen i ytterläget och innerläge (vid $t = 0$) är riktad i x-led.

I YTTERLÄGE:

$$x = 3 \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) + 0,9 \cdot \cos \omega_2 \cdot t$$

$$x'' = -3 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(-\omega_1 t) - 0,9 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \omega_2 \cdot t$$

$$\text{Vid } t = 0 \text{ fås} \quad x'' = -3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6,2}\right)^2 - 0,9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2,07}\right)^2 \approx -11,4 \text{ m/s}^2$$

$$|F| = 72 \cdot 11,4 \approx 821 \text{ N}$$

I INNERLÄGE:

$$x = 3 \cdot \cos(-\omega_1 \cdot t) + 0,9 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \pi)$$

$$x'' = -3 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(-\omega_1 t) - 0,9 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \pi)$$

$$\text{Vid } t = 0 \text{ fås} \quad x'' = -3 \cdot \left(\frac{2\pi}{6,2}\right)^2 + 0,9 \cdot \left(\frac{2\pi}{2,07}\right)^2 \approx 5,2 \text{ m/s}^2$$

$$F = 72 \cdot 5,2 \approx 377 \text{ N}$$

Största och minsta kraften mot sätet fås genom att summera ovanstående krafter med mg .

$$mg = 72g = 707 \text{ N}$$

$$F_{\max} = \sqrt{821^2 + 707^2} \approx 1083 \text{ N}$$

$$F_{\min} = \sqrt{377^2 + 707^2} \approx 801 \text{ N}$$

Svar: För kraften F mot sätet gäller $0,80 \text{ kN} \leq F \leq 1,08 \text{ kN}$

7.

Lösning:

Antag att vi har cirkulära banor. Med en Mot-jord hamnar systemets tyngdpunkt i solens centrum.

Avståndet till solen från både jorden och Mot-jorden är a , dvs. en astronomisk enhet.

T_2 är jordens periodtid med Mot-jorden, T_1 är jordens periodtid utan Mot-jorden.

Krafterna:

$$F_C = F_{SJ} + F_{JM}$$

$$\frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot a}{T_2^2} = C \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} + \frac{m \cdot m}{4a^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot a}{T_2^2} = \frac{C \cdot M \cdot m}{a^2} \left(1 + \frac{m}{4M}\right)$$
$$T_2^2 \cdot C \cdot M \left(1 + \frac{m}{4M}\right) = 4\pi^2 \cdot a^3 \quad \Leftrightarrow \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{C \cdot M \left(1 + \frac{m}{4M}\right)} \quad (1)$$

Solen och jorden roterar kring ett gemensamt tyngdpunktscentrum något skilt från solens masscentrum. Avståndet jorden – masscentrum = r .

$$M(a - r) = m \cdot r \quad \Leftrightarrow \quad r = a \frac{M}{M + m}$$

$$\frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T_1^2} = C \frac{M \cdot m}{a^2} \quad \Leftrightarrow \quad T_1^2 = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{C(M + m)} \quad (2)$$

$$a = 1,4959787 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$M = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$m = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$C = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Beräknas skillnaden direkt ur (1) och (2) erhålles att $T_2 - T_1 = 35,54$ s (långsammare med motjord p.g.a. tyngdpunktsförskjutningen, dvs. längre omloppstid).

Om man utvecklar uttrycket (3) nedan erhålles samma svar för tidsskillnaden som en direkt beräkning.

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{4\pi^2 \cdot a^3 \cdot C(M + m)}{CM \left(1 + \frac{m}{4M}\right) 4\pi^2 \cdot a^3}$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{(M + m)}{M \left(1 + \frac{m}{4M}\right)} \quad T_2 = T_1 \sqrt{\frac{1 + \frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{4M}}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx 1 + \frac{m}{2M} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{m}{4M}\right)}} \approx 1 - \frac{m}{8M}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx T_1 \left(1 + \frac{m}{2M}\right) \left(1 - \frac{m}{8M}\right) - T_1 = T_1 \left(1 - \frac{m}{8M} + \frac{m}{2M} - \frac{m^2}{16M^2}\right) - 1 \approx T_1 \frac{3m}{8M} \approx 35,54 \text{ s}$$

Svar: 35,5 s (Om man räknar med rotationscentrum i solens centrum i bägge fallen erhålles 11,8 s kortare omloppstid.)

8.

Lösning:

METOD 1.

Hastigheten varmed varan träffar bandet $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx 4,09 \text{ m/s}$

Den horisontella rörelsemängd $m \cdot v_{x1}$ som varan får på grund av stöten

$$m \cdot v_{x1} = F_x \cdot t_s = \mu \cdot F_y \cdot t_s = \mu \cdot m \cdot v_y \approx 0,28 \cdot m \cdot 4,09 \approx 1,14 \cdot m \text{ (m/s)}$$

Den horisontella rörelsemängd $m \cdot v_{x2}$ som varan får på grund av tyngden

$$m \cdot v_{x2} = m \cdot g \cdot \mu \cdot t_{tot} = m \cdot g \cdot 0,28 \cdot t_{tot} = 2,75 \cdot m \cdot t_{tot} \text{ (m/s}^2 \text{)}$$

När varan slutar glida har den erhållit en rörelsemängd $m \cdot v_{band} = m \cdot 4,2 \text{ (m/s)}$

$$m \cdot 4,2 \approx 1,14 \cdot m + 2,75 \cdot m \cdot t_{tot} \quad t_{tot} = \frac{4,2 - 1,14}{2,75} \approx 1,11 \text{ s}$$

Då stöttiden är mycket kort kan begynnelsehastigheten anses vara 1,14 m/s.

Sluthastigheten = 4,2 m/s

Då accelerationen är konstant blir medelhastigheten = $(1,14 + 4,2) / 2 \approx 2,67 \text{ m/s}$

Accelerationssträckan blir $v_{medel} \cdot t_{tot} = 2,67 \cdot 1,11 \approx 2,96 \text{ m}$

Bandets sträcka under denna tid = $4,2 \cdot 1,11 = 4,66 \text{ m}$

Glidsträckan = $4,66 - 2,96 = 1,70 \text{ m}$

METOD 2.

Hastigheten då varan träffar bandet:

$$v_y = \sqrt{2gh} = 4,09 \text{ m/s}$$

Impulslagen ger ett medeltillskott till medel-normalkraften under kontakten (Δt litet)

$$mv_y = F_y \Delta t$$

Kraftekvationen under tiden varan är i kontakt med bandet:

$$m \cdot a_{x1} = \mu \cdot F_y = \mu \frac{m \cdot v_y}{\Delta t}$$

Hastighetsändringen blir enligt

$$m \Delta v_1 = F_x \Delta t = \mu F_y \Delta t = \mu m v_y ; \Delta v_1 = \mu v_y \approx 1,145 \text{ m/s}$$

Under rörelsen gäller:

$$a_{x2} = \mu g ,$$

$$\text{vilket ger } \Delta t = \frac{\Delta v_2}{a_{x2}} = \frac{4,2 - 1,145}{0,28 \cdot 9,82} \approx 1,11 \text{ s}$$

Avverkad sträcka: $s = v_{medel} \cdot \Delta t \approx (4,2 + 1,145) \cdot 1,11 / 2 \approx 2,97 \text{ m}$

Glidsträckan på bandet: $4,2 \cdot 1,11 - 2,97 \approx 1,69 \text{ m}$

Svar: Varan glider under 1,1 s på bandet en glidsträcka på 1,7 m