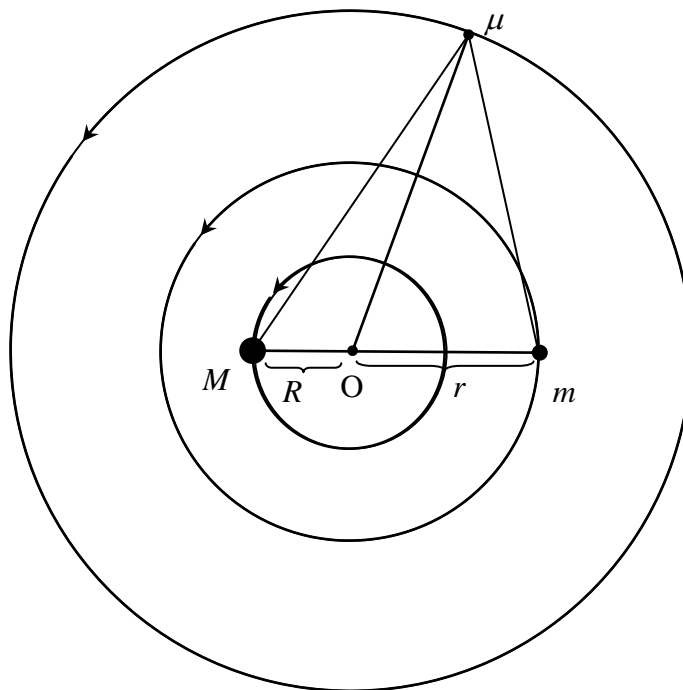


1. Trekropparsproblem och LISA



FIGUR 1: Tre kroppar i samma plan.

1.1 Två graviterande massor M och m rör sig i ett gemensamt plan i cirkulära banor kring sin tyngdpunkt med radierna R respektive r . Ange vinkelfrekvensen ω_0 för linjen mellan M och m , uttryckt i R, r, M, m och gravitationskonstanten G .

[1,5 poäng]

1.2 En tredje kropp med den infinitesimala massan m placeras i en cirkulär bana kring tyngdpunkten i samma plan, på ett sådant sätt att m förblir i ett stationärt läge relativt både M och m , som illustrerat i figur 1. Anta att m inte ligger i linje med M och m . Ange värdet på följande parametrar uttryckt i R och r :

[3,5 poäng]

1.2.1 Avståndet från m till M .

1.2.2 Avståndet från m till m .

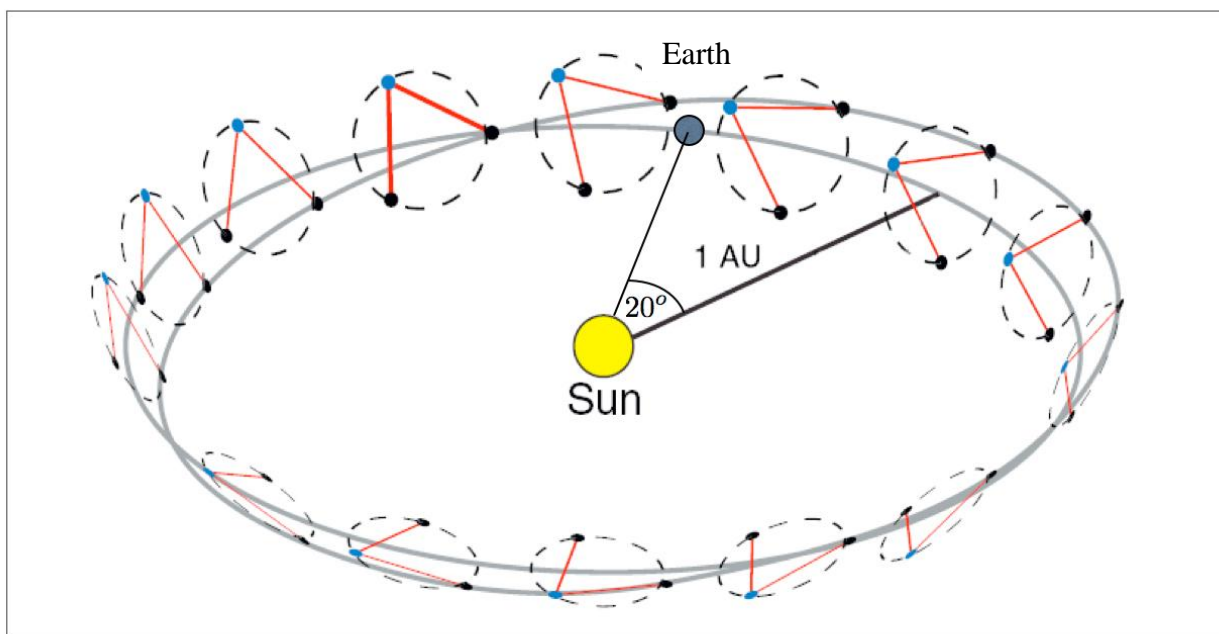
1.2.3 Avståndet från m till tyngdpunkten.

1.3 Betrakta fallet $M = m$. Om m nu ges en liten radiell impuls (längs Om), vad blir vinkelfrekvensen för små svängningar av m kring den ostörda positionen, uttryckt i ω_0 ? Du får anta att rörelsemängdsmomentet för m är bevarat.

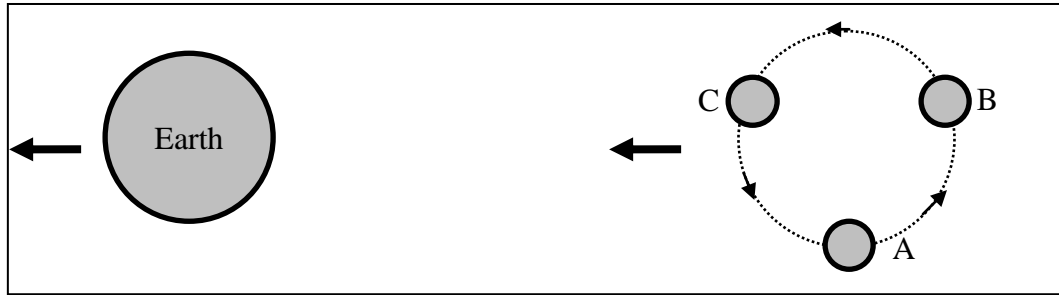
[3,2 poäng]

LISA (Laser Interferometry Space Antenna) betecknar en grupp av tre identiska satelliter som används för att upptäcka lågfrekventa gravitationsvågor. Satelliterna placeras i varsitt hörn av en liksidig triangel, som visat i figur 2 och figur 3. Triangelns sida är ungefär fem miljoner kilometer. LISA befinner sig i en jordliknande bana kring solen, men släpar efter jorden med 20° . Var och en av satelliterna följer en individuell bana kring solen som lutar lätt relativt jordens. Effekten blir att de verkar "rulla" kring sin tyngdpunkt med ett varv per år.

De utbyter kontinuerligt signaler sinsemellan. Tillsammans avslöjar de gravitationsvågor genom att mäta små ändringar avstånden mellan sig med hjälp av interferometri. Kollisioner mellan massiva objekt som svarta hål i närliggande galaxer är exempel på källor till gravitationsvågor.



FIGUR 2: Skiss av LISA:s bana. De tre satelliterna rör sig runt sin tyngdpunkt på 1 år. Inledningsvis släpar de efter jorden med 20° . (Figur från D.A. Shaddock, "An Overview of the Laser Interferometer Space Antenna", *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2009, **26**, pp.128-132.).



FIGUR 3: Förstorad vy av de tre satelliterna som släpar efter jorden. A, B och C ligger i hörnen av en liksidig triangel.

1.4 Beräkna farten hos en satellit sedd från någon av de andra två i det plan som innehåller de tre satelliterna, **[1,8 poäng]**