



WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING

26 januari 2012

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. (a) Sökta energin är

$$0,90 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot (0,40 \cdot 1,7) \text{ m}^2 \cdot 3600 \text{ s} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

(b) Temperaturökningen fås ur

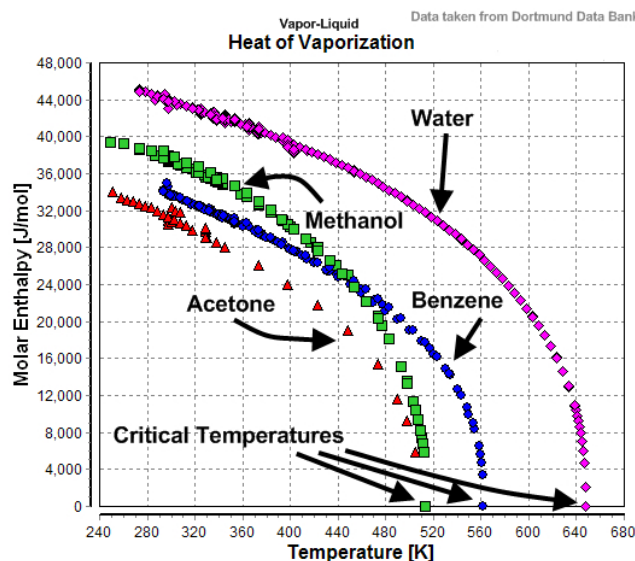
$$E = cm\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{E}{cm} = \frac{0,70 \cdot 2,2 \cdot 10^6}{4180 \cdot 60} \text{ K} = 6,2 \text{ K.}$$

(c) Vi räknar på vad som händer under 1 timme. Kroppen absorberar då energimängden $0,70 \cdot 2,2 \cdot 10^6 \text{ J} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ J}$. Om inte temperaturen skall öka måste en lika stor energimängd tillföras vatten på huden så att detta ombildas till ånga. Massan vatten fås ur

$$E = c_a m \Rightarrow m = \frac{E}{c_a} = \frac{1,5 \cdot 10^6 \text{ J}}{2260 \cdot 10^3 \text{ J/kg}} = 0,68 \text{ kg.}$$

Man måste alltså svettas 0,7 liter per timme (antar densiteten 1,0 kg/liter).

Här har vi antagit att specifika ångbildningsentalpin är densamma som vid vattens kokpunkt, vilket inte är helt korrekt. Skillnaden är dock inte så stor, vilket framgår av diagrammet nedan (som är taget från http://en.wikipedia.org/wiki/Enthalpy_of_vaporization). Observera att $1 \text{ kJ/mol} = 55,5 \text{ kJ/kg}$ (för vatten).



Svar: (a) 2,2 MJ s (b) 6,2 K (c) 0,7 liter/timme.

2. (a) Avläsning i diagrammet ger att rullmotståndet är 100 N (när farten är 0 utgörs rörelsemotståndet enbart av rullmotstånd) och luftmotståndet $(520 - 100) \text{ N} = 420 \text{ N}$ (luftmotståndet = rörelsemotståndet - luftmotståndet).

(b) Vi räknar på vad som händer när bilen kör 100 km. Energin som åtgår för att övervinna rörelsemotståndet är lika stor som arbetet en kraft lika stor som rörelsemotståndet uträttar:

$$W = Fs = 520 \text{ N} \cdot 100 \cdot 10^3 \text{ m} = 5,2 \cdot 10^7 \text{ J}.$$

För att köra bilen 100 km åtgår 6,7 liter bensin (avläses i diagrammet). Energiinnehållet i bensinen som förbrukas är således

$$6,7 \text{ liter} \cdot 33 \cdot 10^6 \text{ J/liter} = 22 \cdot 10^7 \text{ J}.$$

Sökta andelen är

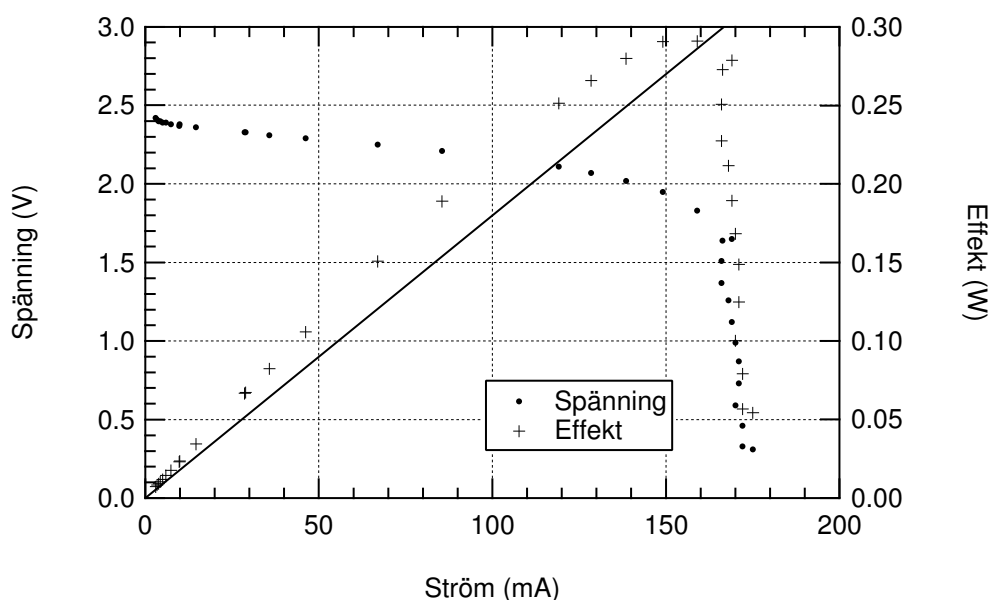
$$\frac{5,2}{22} = 0,24 = 24\%.$$

Svar: (a) 0,10 kN respektive 0,42 kN. (b) 24 %.

3. (a) Extrapolation i diagrammet ger $I_{\max} = 172 \text{ mA}$.

(b) Eftersom $P = UI$ kan uppgiften lösas grafiskt genom att maximera arean av en rektangel med ena hörnet i origo och andra hörnet på U - I -kurvan. Största effekten är $1,83 \cdot 0,159 \text{ W} = 0,29 \text{ W}$ (alternativt $1,95 \cdot 0,149 \text{ W} = 0,29 \text{ W}$).

I figuren nedan är effekten beräknad direkt från mätvärden vid respektive mätpunkt.



(c) Rita in en linje genom origo med lutningen $R = 18 \Omega$ i diagrammet och bestäm var den skär solcellens U - I -kurva. Detta ger (se figuren ovan) $U = 2,1 \text{ V}$ och $I = 0,12 \text{ A}$, vilket ger effekten $P = 2,1 \cdot 0,12 \text{ W} = 0,25 \text{ W}$.

Svar: (a) 0,172 A (b) 0,29 W (c) 0,25 W.

4. Ett öra fungerar, precis som en mikrofon, som en trycksensor. Lämpligtvis håller man för det ena örat och rör sig på sådant vis att det andra örat flyttas mellan C och D och hela tiden är riktat mot högtalarna.

Beroende på om örat är i en punkt där tryckvågorna från högtalarna förstärker eller försvagar varandra kommer man att höra ett starkare ljud (förstärkning) eller ett svagare ljud (försvagning).

Vi beräknar antalet förstärkningspunkter mellan C och D. Tryckvågornas våglängd är

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{280} \text{ m} = 1,214 \text{ m}.$$

Vägskillnaden (skillnaden i avstånd till de två vågkällorna) i C är

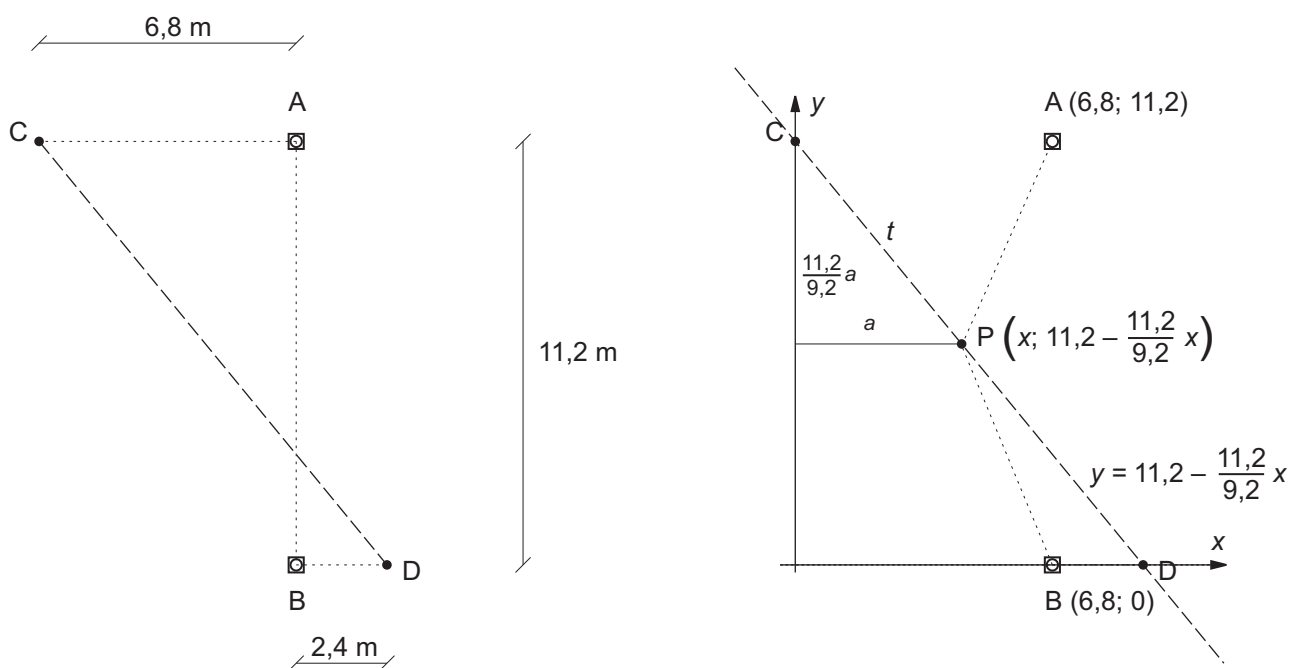
$$CA - CB = (6,8 - \sqrt{11,2^2 + 6,8^2}) \text{ m} = -6,30 \text{ m} = -5,19\lambda.$$

Vägskillnaden i D är

$$DA - DB = (\sqrt{11,2^2 + 2,4^2} - 2,4) \text{ m} = 9,05 \text{ m} = 7,46\lambda.$$

I punkter där vägskillnaden är ett helt antal våglängder kommer tryckvågorna att förstärka varandra. Man bör alltså kunna höra $(5 + 1 + 7) = 13$ ljudmaximum på väg till D. Däremellan finns punkter där tryckvågorna försvagar varandra. Dock kommer de inte att släcka ut varandra helt, eftersom amplituden avtar med avståndet och det är olika långt till vågkällorna i alla försvagningspunkter. Antalet punkter med ljudminimum bör vara $(5 + 7) = 12$ (i punkter där vägskillnaden är $-4,5\lambda, -4,5\lambda, \dots, -0,5\lambda, 0,5\lambda, \dots, 6,5\lambda$).

Om man vill bestämma *var* ljudmaximum och ljudminimum fås kan man införa ett koordinatsystem enligt figuren nedan.



Låt P vara en godtycklig punkt på linjen CD. En ekvation för linjen CD kan skrivas $y = 11,2 - \frac{11,2}{9,2}x$. Punkten P:s koordinater kan då skrivas $(x; 11,2 - \frac{11,2}{9,2}x)$. Punkterna A och B har koordinaterna $(6,8; 11,2)$ respektive $(6,8; 0)$. Avståndsformeln ger

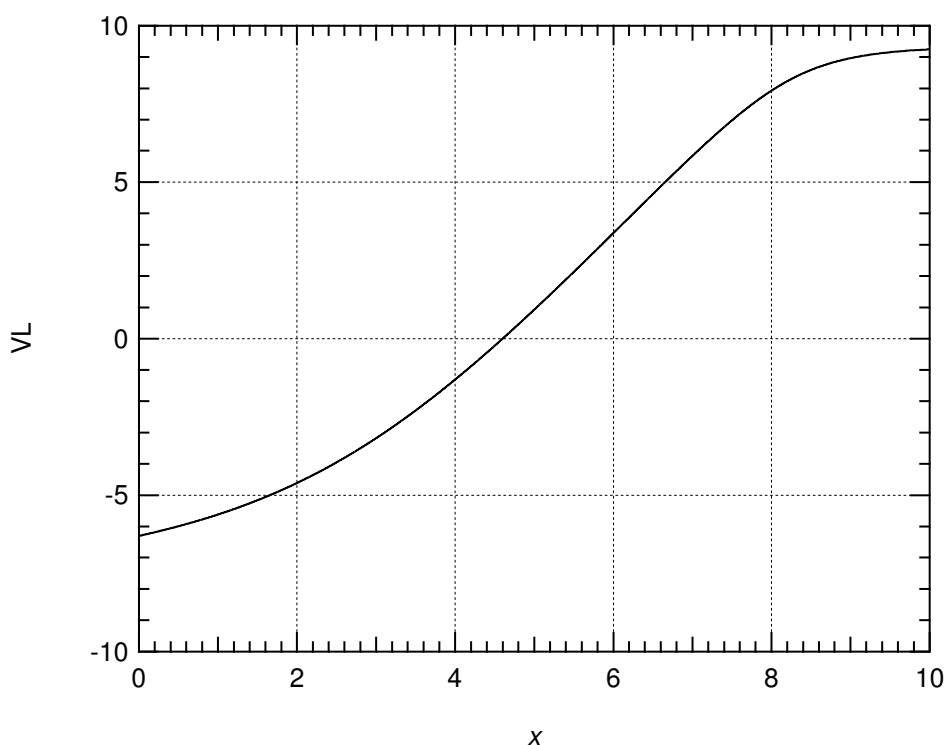
$$PA = \sqrt{(x-6,8)^2 + \left(\frac{11,2}{9,2}x\right)^2}, \quad (1)$$

$$PB = \sqrt{(x-6,8)^2 + \left(11,2 - \frac{11,2}{9,2}x\right)^2}. \quad (2)$$

Villkoret $PA - PB = n\lambda$ kan nu skrivas som

$$\sqrt{(x-6,8)^2 + \left(\frac{11,2}{9,2}x\right)^2} - \sqrt{(x-6,8)^2 + \left(11,2 - \frac{11,2}{9,2}x\right)^2} = n\lambda. \quad (3)$$

I figuren nedan är grafen till vänsterledet ritat.



Grafisk lösning av ekvationen (3) för olika värden på n ger värdena i tabellen nedan. I tabellen är också avståndet t mellan C och P angivet. Detta beräknas med hjälp av Pythagoras sats (se figuren):

$$t^2 = a^2 + \left(\frac{11,2}{9,2}a\right)^2 \Rightarrow t = a\sqrt{1 + \left(\frac{11,2}{9,2}\right)^2}.$$

Den sammanlagda amplituden i förstärknings- och försvagningspunkterna kan också beräknas. Om vi antar att tryckvågornas amplitud är 1 vid högtalarna (i någon godtycklig enhet), och att vågorna utbreder sig som sfäriska vågor (så att amplituden i någon punkt är

omvänt proportionell mot avståndet till vågkällan), så kan den sammanlagda amplituden i en förstärkningspunkt skrivas

$$a_{\text{tot}} = \frac{1}{PA} + \frac{1}{PB},$$

där PA och PB ges av sambanden (1) och (2). Sammanlagda amplituden i en försvagningspunkt fås på liknande sätt som

$$a_{\text{tot}} = \left| \frac{1}{PA} - \frac{1}{PB} \right|.$$

Beräknade värden för a_{tot} visas i tabellen nedan. Det kan noteras att ljudmaximum blir kraftigare desto närmare D man kommer, men att relativa skillnaden i amplitud jämfört med ljudminimum minskar. Ljudminimum är som mest markerade halvvägs mellan C och D.

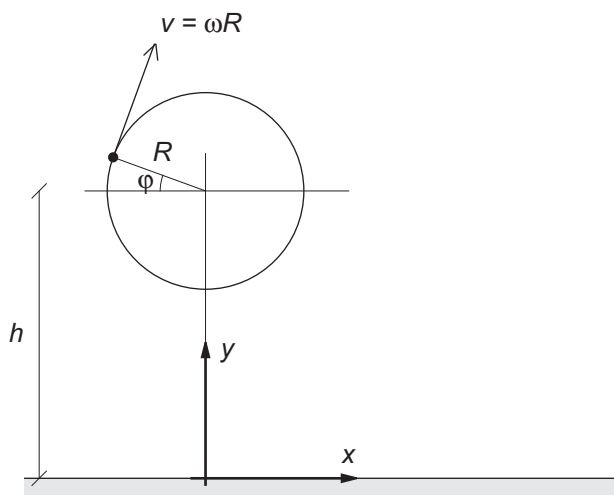
n		x (eller a)	t	a_{tot}
-5	max	0,38	0,60	0,30
-4,5	min	1,18	1,86	0,08
-4	max	1,79	2,82	0,31
-3,5	min	2,28	3,60	0,06
-3	max	2,71	4,27	0,32
-2,5	min	3,09	4,86	0,05
-2	max	3,43	5,40	0,32
-1,5	min	3,75	5,90	0,03
-1	max	4,04	6,37	0,33
-0,5	min	4,33	6,82	0,01
-0	max	4,60	7,25	0,33
0,5	min	4,86	7,66	0,01
1	max	5,12	8,07	0,34

n		x (eller a)	t	a_{tot}
1,5	min	5,37	8,46	0,03
2	max	5,62	8,85	0,35
2,5	min	5,87	9,24	0,06
3	max	6,11	9,62	0,36
3,5	min	6,35	10,01	0,09
4	max	6,60	10,39	0,38
4,5	min	6,84	10,78	0,12
5	max	7,10	11,18	0,40
5,5	min	7,36	11,60	0,16
6	max	7,65	12,06	0,43
6,5	min	7,98	12,58	0,20
7	max	8,42	12,27	0,47

Svar: När man rör sig mot D bör man kunna höra förstärkningar och försvagningar av ljudet (13 max och 12 min). Effekten blir svårare och svårare att höra när man närmar sig D.

Kommentar: Man behövde inte göra hela den här analysen för att få full poäng. För full poäng behövde man dock (förutom att bestämma antalet maximum och minimum) bestämma läget för minst ett maximum och föra något resonemang om att interferensfenomenet blir svårare att urskilja nära D.

5. Inför ett koordinatsystem enligt figur nedan. Tornets höjd är h och rotorn har radien R . Antag att en isbit lossnar vid vinkeln φ .



Begynnelsehastigheten är $v_0 = \omega R$ och dess komponenter är

$$v_{0x} = \omega R \sin \varphi, \quad v_{0y} = \omega R \cos \varphi.$$

Observera att lägeskoordinaterna när isbiten lossnar ($t = 0$) är

$$x(0) = -R \cos \varphi, \quad y(0) = h + R \sin \varphi.$$

Vi bestämmer först kasttiden. Om vi försummar luftmotstånd gäller för rörelsen i y -led att

$$y(t) = y(0) + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = h + R \sin \varphi + (\omega R \cos \varphi) \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Bestäm t då $y = 0$:

$$0 = h + R \sin \varphi + (\omega R \cos \varphi) \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Omskrivning ger ekvationen

$$t^2 - \frac{2\omega R \cos \varphi}{g}t - \frac{2(h + R \sin \varphi)}{g} = 0,$$

som har lösningar

$$t = t(\varphi) = \frac{\omega R \cos \varphi}{g} \pm \sqrt{\frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \varphi}{g^2} + \frac{2(h + R \sin \varphi)}{g}}. \quad (4)$$

Här ger bara $+$ -varianten en positiv, och fysikaliskt relevant, lösning. Om vi fortsätter att försumma luftmotstånd gäller att läget i x -led ges av

$$x(t) = x(0) + v_{0x}t = -R \cos \varphi + (\omega R \sin \varphi) \cdot t.$$

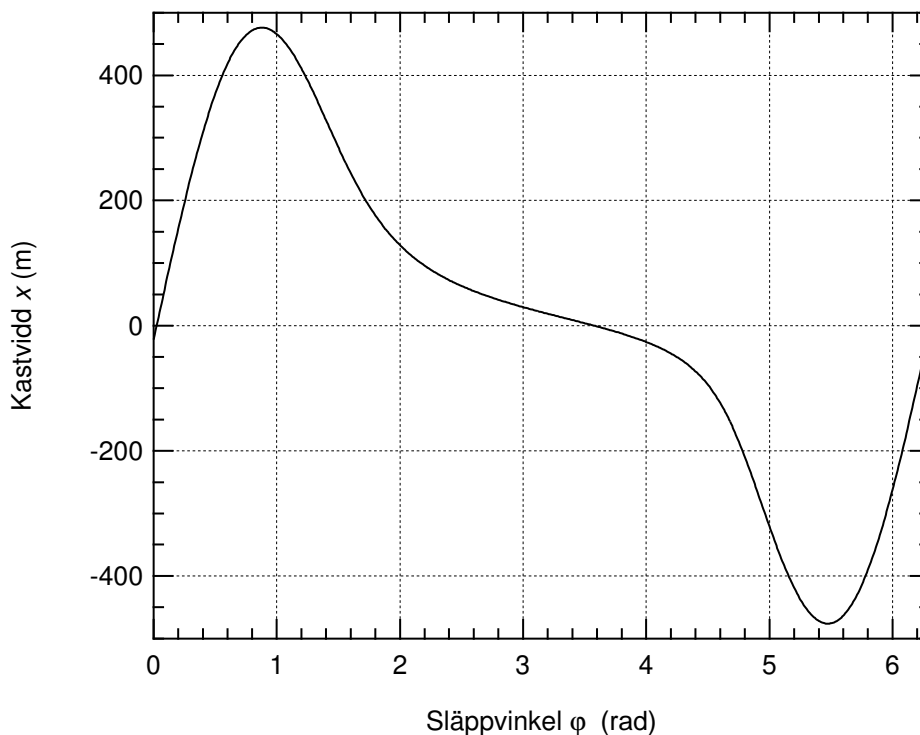
Kastvidden fås nu genom att beräkna läget i x -led vid tidpunkten (4), det vill säga

$$x = x(\varphi) = -R \cos \varphi + \omega R \sin \varphi \left(\frac{\omega R \cos \varphi}{g} + \sqrt{\frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \varphi}{g^2} + \frac{2(h + R \sin \varphi)}{g}} \right).$$

Insättning av värden, $R = 22$ m, $h = 55$ m, $g = 9,82$ m/s² och $\omega = \frac{28 \cdot 2\pi}{60}$ rad/s = 2,93 rad/s, ger nu kastvidden x m som funktion av släppvinkeln φ rad för det aktuella vindkraftverket:

$$x(\varphi) = -22,00 \cos \varphi + 64,507 \sin \varphi \left(6,569 \cos \varphi + \sqrt{43,151 \cos^2 \varphi + 11,202 + 4,481 \sin \varphi} \right).$$

Ritas grafen (se nedan) erhålles en maximipunkt $x_{\max} = 476$ för $\varphi = 0,88$ (50°) och en minimipunkt $x_{\min} = -476$ för $\varphi = 5,47$ (313°). Isbiten kan alltså komma som längst 476 m från tornet, både åt höger och vänster i figuren ovan.



Om vi bara betraktar kast åt höger i figuren ($x > 0$) så ser vi att kastvidden överstiger 300 m för släppvinklar mellan 0,39 rad och 1,46 rad (22° och 84°). Nu har vi i och för sig försummat luftmotstånd i beräkningarna, men eftersom det handlar om ett säkerhetsavstånd verkar 300 m vara valt något i underkant.

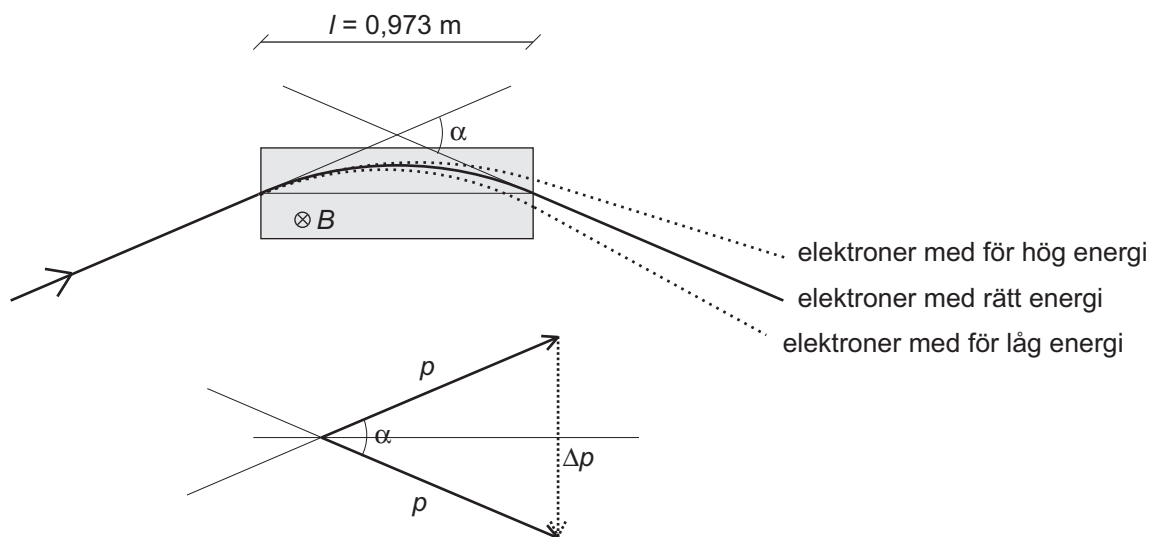
Svar: Ett säkerhetsavstånd på 300 m verkar inte orimligt, men är möjligen lite i underkant.

Kommentar: Vill man använda data om vindkraftverk i sin undervisning så kan man till exempel leta upp produktbroschyrerna på tillverkaren Vestas hemsida.

För att få full poäng på uppgiften gällde det att inte göra för grova antaganden, och ordentligt motivera de antaganden som gjordes.

6. (a) Antag att elektroner passerar magneten på tiden Δt , och att (storleken av) ändringen av rörelsemängden då är Δp . Impulslagen ($\Delta p = F \cdot \Delta t$, med $F = qvB$) ger

$$\Delta p = qvB \cdot \Delta t.$$



Ur figuren ovan får vi

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta p/2}{p} = \frac{\Delta p}{2p} = \frac{qvB \cdot \Delta t c}{2W} \approx \frac{cqBl}{2W},$$

där vi använt att $p = \frac{W}{c}$ och att magnetens längd $l \approx v \cdot \Delta t$. Böjningsvinkeln är alltså

$$\alpha = 2 \arcsin \frac{cqBl}{2W} = 2 \arcsin \frac{k}{W},$$

där $k = \frac{cqBl}{2}$. För elektroner med rätt energi (för vilka $\alpha = 2,90^\circ$) fås

$$\frac{k}{W} = \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \frac{2,90^\circ}{2} = 0,02530.$$

För en elektron med 1 % för hög energi är böjningsvinkeln

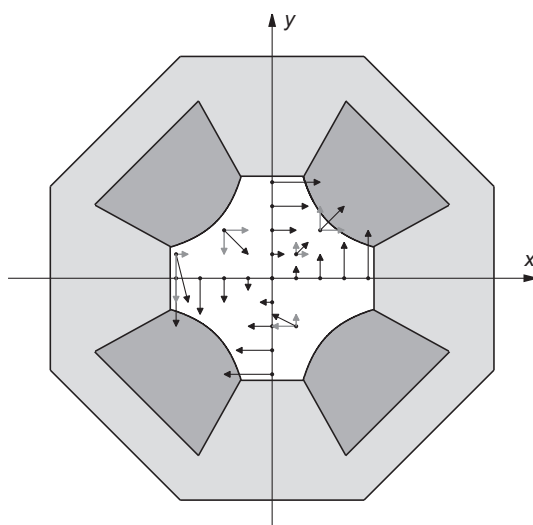
$$\alpha_{\text{hög}} = 2 \arcsin \frac{k}{1,01W} = 2 \arcsin \frac{0,02530}{1,01} = 2,871^\circ.$$

För en elektron med 1 % för låg energi är böjningsvinkeln

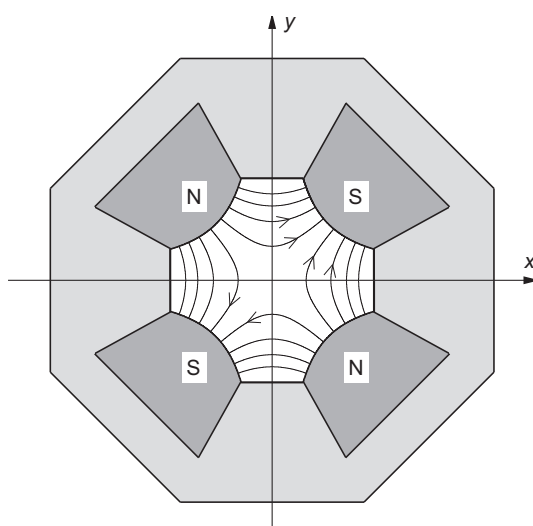
$$\alpha_{\text{låg}} = 2 \arcsin \frac{k}{0,99W} = 2 \arcsin \frac{0,02530}{0,99} = 2,929^\circ.$$

Vinkelspridningen är alltså $(2,90 \pm 0,03)^\circ$.

(b) Börja med att rita flödestäthetsvektorer i några punkter längs med x -axeln (där $y = 0$). Eftersom $B_x = ky$ har dessa vektorer inte någon x -komponent, utan är riktade parallellt med y -axeln. Eftersom $B_y = kx$ ökar vektorernas storlekar linjärt med avståndet från origo. Att $B_y = kx$ innebär också att flödestäthetsvektorerna pekar i positiv y -riktning till höger om y -axeln, och i negativ y -riktning till vänster om y -axeln. På liknande sätt kan flödestäthetsvektorer ritas ut i några punkter längs med y -axeln. Vi kan sedan notera att flödestäthetens y -komponent i punkter med en given x -koordinat a inte beror av y utan är densamma längs hela linjen $x = a$, och vice versa för flödestäthetens x -komponent. Då kan flödestäthetsvektorer i godtyckliga punkter ritas in genom att bestämma resultanten till komponenterna i punkten ifråga. Detta är gjort för några punkter i figuren nedan.

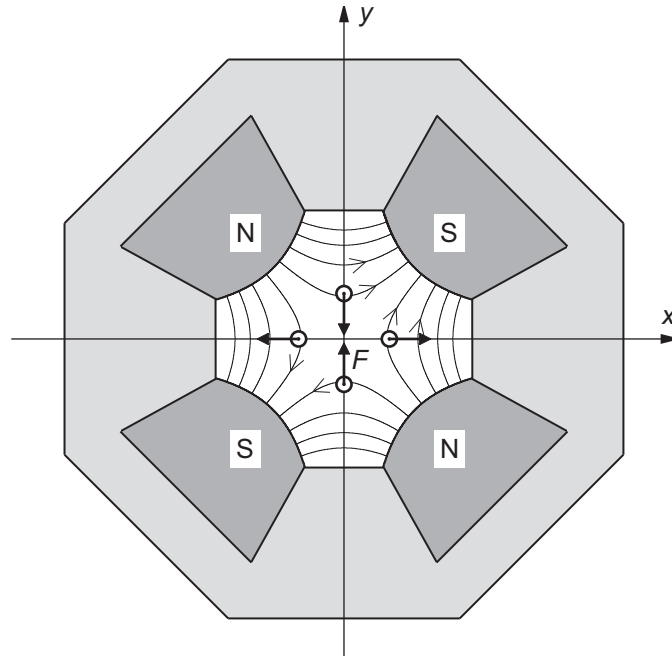


Utifrån flödestäthetsvektorerna kan man sedan skissa fältlinjer enligt figuren nedan.



Man har alltså S-poler i första och tredje kvadranten, och N-poler i andra och fjärde kvadranten. I origo är flödestätheten 0, för att sedan öka i storlek desto längre bort från origo man kommer.

(c) Elektroner som passerar genom origo kommer ej att påverkas av någon magnetisk kraft eftersom $B = 0$ i origo. I figuren nedan visas kraftriktningen på en elektron i några olika lägen (kraftriktningen fås med hjälp av högerhandsregeln).



Vi ser att elektroner som avvikit längs med y -axeln kommer att knuffas in mot origo. Kvadrupolmagneten kommer alltså att fungera som en fokuserande lins i y -planet. Det motsatta gäller för elektroner som avvikit längs med x -axeln, och kvadrupolmagneten fungerar alltså som en defokuserande lins i x -planet.

Kvadrupolmagneten är alltså en lins, men med olika fokusering i horisontal- respektive vertikallplanet.

(d) Om den första magneten fokuserar i vertikallplanet så kommer den andra att fokusera i horisontallplanet. Resultatet blir en mer fokuserad elektronstråle i alla riktningar. Två kvadrupolmagneter kan alltså fungera som en fokuserande elektronlins.

Kommentar: Bra bilder på magneter med magnetfält i en lagringsring finns på <http://circe.lbl.gov/sector.html> och <http://circe.lbl.gov/magnets.html>