WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING
23 januari 2014

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG

1. (a) När bilens fart är 50 km/h är rörelseenergin

$$W_\mathrm{k} = \frac{1{,}5 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2}{2}\ \mathrm{J} = 145 \cdot 10^3\ \mathrm{J}.$$

Om verkningsgraden antas vara 80 % så tillförs batterierna energimängden

$$0{,}80 \cdot 145 \cdot 10^3\ \mathrm{J} = 116 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$$

vid en inbromsning.

(b) Eftersom verkningsgraden för elmotorn är 80 % så måste batteriet avge

$$\frac{145 \cdot 10^3\ \mathrm{J}}{0{,}80} = 181 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$$

vid accelerationen.

(c) Eftersom verkningsgraden för bensinmotorn är 20 % så måste energimängden

$$\frac{145 \cdot 10^3\ \mathrm{J}}{0{,}20} = 723 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$$

tillföras via bensinen varje gång bilen accelererar. Under en mils körning görs 10 stopp, så totalt måste energimängden $10 \cdot 723 \cdot 10^3\ \mathrm{J} = 7{,}2 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$ tillföras. Massan bensin som går åt är

$$\frac{7{,}2 \cdot 10^6\ \mathrm{J}}{44 \cdot 10^6\ \mathrm{J/kg}} = 0{,}16\ \mathrm{kg}.$$

Volymen bensin fås ur

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}16\ \mathrm{kg}}{750\ \mathrm{kg/m^3}} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3} = 0{,}2\ \text{liter}.$$

Svar: (a) 0,12 MJ (b) 0,18 MJ (c) 0,2 liter.

2. (a) När dörren öppnas höjs temperaturen i luften i frysskåpet. Efter att dörren stängts minskar temperaturen. Då sjunker trycket och trycket blir lägre på insidan än utsidan. Tryckkraften på dörren från luften utanför blir större än tryckkraften från luften inuti, och dörren "sugs" fast. (**Svar**)

(b) Antag att luftens genomsnittstemperatur i frysskåpet precis innan stängning är 0 °C och att temperaturen efter stängning minskar med 10 °C till −10 °C. Antag vidare att luften följer ideala gaslagen ($pV = nRT$), och att frysskåpet är helt tätt så att mängden luft (n) inte ändras. Då gäller att

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0},$$

där p_0 och T_0 är trycket och temperaturen i kylskåpet precis innan dörren stängs, och p är trycket i kylskåpet när temperaturen sjunkit till T. Detta ger, om $p_0 = 101 \cdot 10^3$ Pa,

$$p = \frac{T}{T_0} p_0 = \frac{263}{273} \cdot 101 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 97{,}3 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

Dörrens area kan uppskattas till $A = 1{,}7 \cdot 0{,}6 \text{ m}^2 = 1 \text{ m}^2$. Tryckkraften på dörren från luften inuti frysskåpet är

$$F_1 = pA = 97{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1 \text{ N} = 97 \text{ kN}.$$

Tryckkraften på dörren från luften utanför är

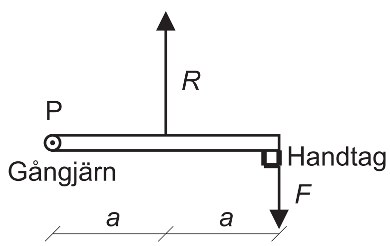
$$F_2 = p_0 A = 101 \cdot 10^3 \cdot 1 \text{ N} = 101 \text{ kN}.$$

Resultanten till dessa krafter har storleken

$$R = F_2 - F_1 = (101 - 97) \text{ kN} = 4 \text{ kN}.$$

Om man ska dra dörren rakt ut behöver man alltså dra med en kraft som är minst 4 kN.

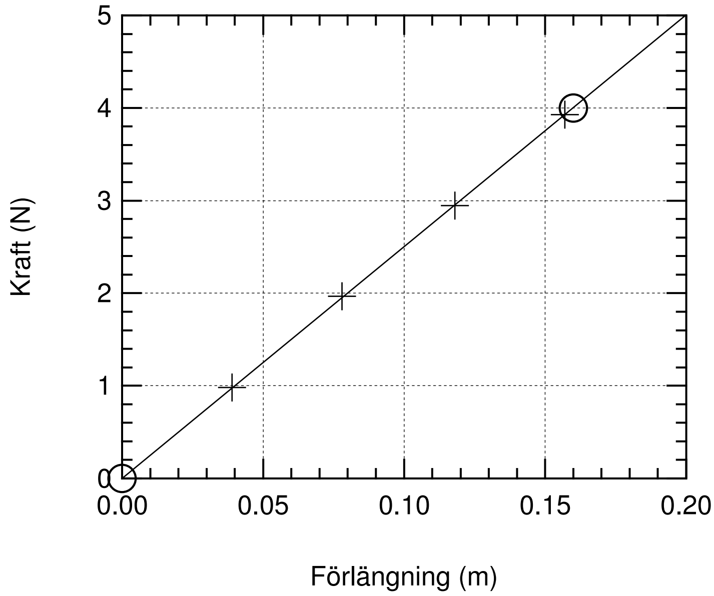
Om man har en dörr med gångjärn och handtag behöver bara hälften så stor kraft, 2 kN, användas vid handtaget. (Se figuren nedan. Momentjämvikt med P som momentpunkt ger $Ra = 2aF \;\Rightarrow\; F = \frac{R}{2}$.)



(c) Man kan till exempel se till att luften inne i kylskåpet på något vis är i kontakt med ytterluften så att trycket snabbt kan utjämnas. (**Svar**)

Svar: (b) Med de gjorda uppskattningarna blir kraften 4 kN om dörren lyfts rakt ut, 2 kN om man har en dörr med gångjärn. Det bör dock vara så att luft ganska snabbt pyser in varpå trycket utjämnas, vilket gör att kraften som behövs för att öppna dörren också avtar ganska snabbt.

3. Fjäderkonstanten bestäms noggrannast genom att rita ett kraft-förlängning-diagram, anpassa en rät linje och bestämma linjens lutning.



Detta ger

$$k = \frac{4{,}0 - 0}{0{,}16 - 0}\ \text{N/m} = 25\ \text{N/m}.$$

Vi kan tänka oss att vagnen rör sig som om den satt fast i en enda fjäder med den effektiva fjäderkonstanten k_{eff}. Vi behöver bestämma k_{eff}.

Kraften från ena fjädern när vagnen är 4,0 cm från jämviktsläget är

$$F_1 = (0{,}115 - 0{,}040) \cdot 25\ \text{N} = 1{,}875\ \text{N}.$$

Kraften från den andra fjädern är då

$$F_2 = (0{,}115 + 0{,}040) \cdot 25\ \text{N} = 3{,}875\ \text{N}$$

Resultanten till dessa krafter är $R = F_2 - F_1 = (3{,}875 - 1{,}875)\ \text{N} = 2{,}0\ \text{N}$. Effektiva fjäderkonstanten är då

$$k_{\text{eff}} = \frac{2{,}0}{0{,}040}\ \text{N/m} = 50\ \text{N/m}.$$

Vagnen kommer röra sig som en harmonisk ocillator. Dess läge kan beskrivas enligt

$$x(t) = A\cos\omega t,$$

där A är amplituden och $\omega = \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{m}}$, där m är vagnens massa.

Hastigheten är derivatan av lägesfunktionen, det vill säga

$$v(t) = x'(t) = -\omega A\sin\omega t.$$

Maximala hastigheten är alltså

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{m}}\, A = \sqrt{\frac{50}{0{,}10}} \cdot 0{,}040 \text{ m/s} = 0{,}89 \text{ m/s}.$$

Svängningstiden ges av $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, vilket ger frekvensen

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{\text{eff}}}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{50}{0{,}10}} \text{ Hz} = 3{,}6 \text{ Hz}.$$

Svar: 0,89 m/s, 3,6 Hz.

4. Eftersom rörelseenergin kan skrivas

$$W_{\text{k}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m},$$

fås elektronernas rörelsemängd ur

$$p = \sqrt{2mW_{\text{k}}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 76 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}} \text{ kgm/s} = 4{,}71 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}.$$

de Broglievåglängden för elektronerna är

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{4{,}71 \cdot 10^{-24}} \text{ m} = 1{,}41 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Vinklarna till första ordningens interferensmax fås ur figuren enligt

$$\tan\theta_a = \frac{16{,}5}{25{,}0} \quad \Rightarrow \quad \theta_a = 33{,}4^\circ$$

$$\tan\theta_b = \frac{\frac{11{,}5}{2}}{25{,}0} \quad \Rightarrow \quad \theta_b = 13{,}0^\circ.$$

Vanliga gitterekvationen ($d\sin\theta = n\lambda$) gäller även för reflektionsgitter, så atomavstånden fås ur

$$a\sin\theta_a = 1 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\lambda}{\sin\theta_a} = \frac{1{,}41 \cdot 10^{-10}}{\sin 33{,}4^\circ} = 2{,}6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$b\sin\theta_b = 1 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad b = \frac{\lambda}{\sin\theta_b} = \frac{1{,}41 \cdot 10^{-10}}{\sin 13{,}0^\circ} = 6{,}3 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Svar: $a = 2{,}6 \cdot 10^{-10}$ m, $b = 6{,}3 \cdot 10^{-10}$ m.

5. (a) Massdifferensen i första reaktionen är

$$\Delta m_1 = (1{,}0078250 + 57{,}9353479 - 58{,}9395041)\ \mathrm{u} = 0{,}003669\ \mathrm{u}.$$

Frigjord energi är

$$0{,}003669\ \mathrm{u} \cdot 931{,}49\ \mathrm{MeV/u} = 3{,}4\ \mathrm{MeV}.$$

Massdifferensen i β^+-sönderfallet är

$$\Delta m_2 = [m(^{59}\mathrm{Cu}) - 29m_\mathrm{e}] - [m(^{59}\mathrm{Ni}) - 28m_\mathrm{e} + m_\mathrm{e}] = m(^{59}\mathrm{Cu}) - m(^{59}\mathrm{Ni}) - 2m_\mathrm{e}.$$

där $m(^N\mathrm{X})$ är respektive nuklidmassa och m_e massan för en elektron. Insättning av värden ger

$$\Delta m_2 = (58{,}9395041 - 58{,}9343516 - 2 \cdot 0{,}00054858)\ \mathrm{u} = 0{,}0040553\ \mathrm{u}.$$

Frigjord energi är här

$$0{,}0040553\ \mathrm{u} \cdot 931{,}49\ \mathrm{MeV/u} = 3{,}8\ \mathrm{MeV}.$$

Vi kan anta att hälften av denna energi bortförs av neutrinon utan växelverkan med den nära omgivningen. När positronen saktat in annihileras den tillsammans med en elektron vilket frigör ytterligare

$$2 \cdot 0{,}00054858 \cdot 931{,}49\ \mathrm{MeV} = 1{,}0\ \mathrm{MeV}.$$

Totalt frigörs i apparatens närhet

$$\left(3{,}4 + \frac{3{,}8}{2} + 1{,}0\right)\ \mathrm{MeV} = 6{,}3\ \mathrm{MeV} = 6{,}3 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = 1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}$$

per fusionsreaktion. Om vi antar att all denna energi stannar i energikatalysatorn så blir antalet reaktioner per sekund

$$\frac{12 \cdot 10^3\ \mathrm{J}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}} = 10^{16}.$$

Detta är en minsta gräns, eftersom $m(^{59}\mathrm{Cu})$ inte sönderfaller omedelbart och all energi inte kommer att absorberas nära energikatalysatorn.

(b) Enligt uppfinnarna ger apparaten 12 kW som värme. Vi antar att denna effekt kommer från den gammastrålning (från första reaktionen och från positron-elektron annihilation efter sönderfall av $^{59}\mathrm{Cu}$) som absorberas i apparatens blymantel. Eftersom enbart hälften absorberas där, måste lika mycket gammastrålning passera blymanteln. Under en timme bär denna gammastrålning med sig energin

$$W = 12 \cdot 10^3 \cdot 3\,600\ \mathrm{J} = 43 \cdot 10^6\ \mathrm{J}.$$

Antag att en en åskådare står på avståndet $R = 2$ m från energikatalysatorn och upptar en tvärsnittsarea om $A = 1{,}8 \cdot 0{,}3\ \mathrm{m}^2 = 0{,}5\ \mathrm{m}^2$. Andelen av gammastrålningen från energikatalysatorn som träffar åskådaren är då

$$\frac{A}{4\pi R^2} = \frac{0{,}5}{4\pi \cdot 2^2} = 0{,}01.$$

Om vi antar att 10 % av denna strålning absorberas i kroppen, som kan antas ha massan 70 kg, blir den absorberade dosen

$$\frac{0{,}10 \cdot 0{,}01 \cdot 43 \cdot 10^6}{70} \text{ Gy} = 610 \text{ Gy}.$$

Ekvivalenta dosen är $1 \cdot 610$ Sv $= 610$ Sv, vilket är en dödlig dos.

Svar: (a) 10^{16} (b) Ungefär 600 Sv (svaret beror på vilka antaganden som görs).

6. Om vi antar att glödtråden strålar som en svartkropp, och att all energi lämnar tråden som strålning, fås

$$UI = A\sigma T^4,$$

där A är glödtrådens area, T är glödtrådens absoluta temperatur och σ är konstanten i Stefan-Boltzmanns lag. Insättning av $U = aI^{1,80}$ ger

$$aI^{1,80}I = A\sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad aI^{2,80} = A\sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad I = k_1 T^{\frac{4}{2,80}}. \tag{1}$$

där k_1 är en konstant.

Insättning av $U = aI^{1,80}$ i definitionen av resistans, $R = \frac{U}{I}$, ger

$$R = \frac{aI^{1,80}}{I} = aI^{0,80}. \tag{2}$$

Insättning av (1) i (2) ger

$$R = a\left(k_1 T^{\frac{4}{2,80}}\right)^{0,80} = k_2 T^{\frac{4}{2,80}\cdot 0,80} = k_2 T^{1,14}.$$

där k_2 är en konstant. Vi ser alltså att resistansen verkar vara proportionell mot $T^{1,14}$.

Svar: Resistansen verkar vara proportionell mot $T^{1,14}$.