

Uppgift 3. En enkel modell för gasurladdning (10 poäng)

En elektrisk ström som flyter genom en gas kallas gasurladdning. Gasurladdningar förekommer i flera olika sammanhang, t.ex. i lysrör, vid svetsning och mellan moln och jord i form av blixnar.

Del A. Icke självdrivande gasurladdningar (4,8 poäng)

I denna del av uppgiften ska så kallade icke självdrivande gasurladdningar studeras. För att upprätthålla en sådan gasurladdning krävs en yttre jonisator, vilken skapar Z_{ext} par av envärda positiva joner och fria elektroner per volyms- och tidsenhet, likformigt fördelade i rummet.

När en yttre jonisator startas börjar antalet elektroner och joner att växa. Obegränsad ökning av elektron- respektive jontätheten (antalet partiklar per volymenhet) förhindras genom rekombination, där en fri elektron fångas upp av en jon så att en neutral atom bildas. Antalet sådana rekombinationer Z_{rec} som inträffar per volyms- och tidsenhet ges av

$$Z_{\text{rec}} = rn_en_i,$$

där r är en konstant som kallas rekombinationskoefficienten, och n_e respektive n_i betecknar elektron- respektive jontätheten.

Antag att den yttre jonisatorn startas vid tiden $t = 0$ och att elektron- och jontätheten vid denna tidpunkt båda är lika med noll. Då beror elektrontätheten $n_e(t)$ på tiden t enligt:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt,$$

där n_0 , a och b är konstanter och $\tanh x$ är den hyperboliska tangensfunktionen.

A1	Bestäm n_0 , a , b i termer av Z_{ext} och r . (1,8 poäng)
-----------	---

Anta att det finns två tillgängliga yttre jonisatorer. Om endast den första startas, når elektrontätheten ett jämviktsläge på $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Om endast den andra jonisatorn startas, når elektrontätheten ett jämviktsläge på $n_{e2} = 16 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A2	Bestäm elektrontätheten n_e vid jämvikt om båda yttre jonisatorerna startas samtidigt. (0,6 poäng)
-----------	--

Notera! I det som följer antas att den yttre jonisatorn har varit påslagen tillräckligt lång tid så att alla processer blivit stationära och inte längre beror av tiden. Försumma alla elektriska fält från laddningsbärarna.

Anta att gasen fyller upp en rörformig behållare, vars båda ändar utgörs av parallella ledande plattor. Plattorna har vardera arean S och befinner sig på avståndet $L \ll \sqrt{S}$ från varandra. Spänningen U läggs över plattorna så att det uppstår ett elektriskt fält mellan dem. Anta att antalstätheterna av båda typer av laddningsbärare förblir nästan konstant längs behållaren.

Anta att både elektronerna och jonerna erhåller samma driftfart v på grund av den elektriska fältstyrkan E genom

$$v = \beta E,$$

där β är en konstant som kallas laddningsmobilitet. (Använd index e respektive i för storheter relaterade till elektroner respektive joner.)

A3	Uttryck den elektriska strömmen I genom behållaren, i termer av U , β , L , S , Z_{ext} , r och e (elementarladdningen). (1,7 poäng)
A4	Bestäm resistiviteten ρ_{gas} hos gasen för små värden på den pålagda spänningen. Resistiviteten ska uttryckas i termer av β , L , Z_{ext} , r och e . (0,7 poäng)

Del B. Självdrivande gasurladdning (5,2 poäng)

Denna del av uppgiften handlar om en självdrivande gasurladdning och hur en sådan kan ge en självunderhållande ström i den rörformiga behållaren.

Varning! Anta i det följande att den yttre jonisatorn fortsätter arbeta vid samma värde på Z_{ext} , och försumma det elektriska fältet från laddningsbärarna så att det elektriska fältet är likformigt längs behållaren, samt anta att rekombination helt kan försummas.

För den självdrivande gasurladdningen har två viktiga processer inte tagits hänsyn till ovan. Den första är sekundär elektronemission, och den andra är uppkomsten av elektronlavinor.

Sekundär elektronemission uppkommer när joner träffar den negativa elektroden, *katoden*, och slår ut elektroner från den, som kan röra sig mot den positiva elektroden, *anoden*. Förhållandet $\gamma = \dot{N}_e / \dot{N}_i$ mellan antalet utslagna elektroner per tidsenhet, $\dot{N}_e$, och antalet joner per tidsenhet som träffar katoden, $\dot{N}_i$, kallas sekundär elektronemissionskoefficient.

Uppkomsten av elektronlavinor kan förklaras som följer. Det elektriska fältet accelererar fria elektroner, som uppnår tillräcklig kinetisk energi för att jonisera gasatomer genom att kollidera med dem. Detta ger en markant ökning av antalet elektroner som rör sig mot anoden. I denna process används den s.k. Townsend-koefficienten α , som beskriver den relativa ökningen dN_e per tillryggalagd sträcka dl av antalet drivande elektroner N_e , dvs.

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e.$$

Den totala strömmen I genom ett godtyckligt tvärsnitt av behållaren består av jonströmmen $I_i(x)$ och elektronströmmen $I_e(x)$, som vid stationära förhållanden beror på koordinaten x , illustrerad i figuren ovan. Elektronströmmen $I_e(x)$ varierar längs x -axeln enligt formeln

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

där A_1, A_2, C_1 är konstanter.

B1 Bestäm A_1 och A_2 uttryckta i $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S$. (2 poäng)

Jonströmmen $I_i(x)$ varierar längs x -axeln enligt formeln

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x},$$

där B_1, B_2, C_2 är konstanter.

B2 Bestäm B_1 och B_2 uttryckta i $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S, C_1$. (0,6 poäng)

B3 Vad blir $I_i(x)$ då $x = L$? (0,3 poäng)

B4 Vad blir $I_i(x)$ respektive $I_e(x)$ då $x = 0$? (0,6 poäng)

B5 Ange den totala strömmen I uttryckt i $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$. Anta att den förblir ändlig. (1,2 poäng)

Låt Townsend-koefficienten α vara konstant. Det visar sig att när behållarens längd överskrider ett kritiskt värde, dvs. $L > L_{\text{cr}}$, så kan den yttre jonisatorn stängas av, och urladdningen blir självdrivande.

B6 Ange L_{cr} uttryckt i $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L, S$. (0,5 poäng)

