

Partiklar från solen

(Total poäng 10)

Fotoner från solens yta och neutriner från dess inre kan både ge oss kunskaper om solens temperatur och bekräfta att solen lyser på grund av kärnreaktioner.

Använd följande värden: Solens massa $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, dess radie $R_{\odot} = 7,00 \times 10^8$ m, den utstrålade effekten $L_{\odot} = 3,85 \times 10^{26}$ W, och avståndet till jorden $d_{\odot} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

Användbara integraler:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{konstant}$$

A Strålning från solen

A1	Anta att solen strålar som en perfekt svartkropp och beräkna temperaturen på dess yta T_s .	0.3
-----------	---	------------

Solens spektrum beskrivs ganska väl av Wiens förskjutningslag. Det leder till att den solenergi som strålar in vinkelrätt mot en yta på jorden per tids- och frekvensenhet, $u(\nu)$, ges av

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

där ν är frekvensen och A är ytans area.

Betrakta nu en solcell i form av en tunn skiva, bestående av ett halvledande material med area A , placerad vinkelrätt mot den infallande solstrålningen.

A2	Använd Wiens förskjutningslag för att uttrycka den totala effekten hos den solstrålning som når solcellens yta, P_{in} , som funktion av A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s och konstanterna c , h , k_B .	0.3
-----------	---	------------

A3	Uttryck antalet fotoner per tidsenhet och per frekvensenhet, $n_{\nu}(\nu)$, som infaller mot solcellens yta som funktion av A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s och konstanterna c , h , k_B .	0.2
-----------	--	------------

Solcellens halvledande material har ett bandgap E_g . Vi antar i vår modell att varje foton med energi $E \geq E_g$ exciterar en elektron över bandgapet. De elektroner som fått högre energi än E_g , antar vi endast bidrar med E_g , och att den resterande energin blir till oanvändbar värme.

A4	Låt $x_g = h\nu_g/k_B T_s$ där $E_g = h\nu_g$. Uttryck solcellens användbara effekt P_{ut} , som funktion av x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s och konstanterna c , h , k_B .	1.0
-----------	--	------------

A5	Uttryck solcellens verkningsgrad η , som funktion av x_g .	0.2
-----------	---	------------

A6	Skissa hur η beror av x_g . Värdena på η när $x_g = 0$ och $x_g \rightarrow \infty$ ska tydligt anges. Vilket värde har lutningen för $\eta(x_g)$ vid $x_g = 0$ och $x_g \rightarrow \infty$?	1.0
-----------	--	------------

A7	Låt x_0 vara värdet av x_g som maximerar η . Ställ upp en tredjegrads ekvation som ger x_0 . Uppskatta värdet på x_0 med en noggrannhet på $\pm 0,25$. Beräkna därefter $\eta(x_0)$.	1.0
-----------	---	------------

A8	Rent kisel har ett bandgap på $E_g = 1,11$ eV. Beräkna verkningsgraden η_{Si} , för en solcell av rent kisel.	0.2
-----------	--	------------

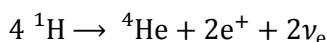
I slutet av 1800-talet presenterade Kelvin och Helmholtz (KH) en hypotes för att förklara varför solen lyser. De postulerade att solen från början varit ett mycket stort materiemoon, med massa M_{\odot} och försumbar densitet, som sedan krympt kontinuerligt. Solstrålningen skulle då vara ett resultat av frigörandet av gravitationell (potentiell) energi under detta långsamma krympande.

A9	Låt oss anta konstant densitet inuti solen. Finn ett uttryck för solens nuvarande totala potentiella gravitationsenergi Ω , som funktion av G , M_{\odot} och R_{\odot} .	0.3
A10	Gör en uppskattning av den största möjliga tid, τ_{KH} (i år), som solen kan ha lyst, baserat på KH-hypotesen. Anta att solens utstrålade effekt har varit konstant under hela denna tid.	0.5

Det erhållna värdet på τ_{KH} ovan stämmer inte med solsystemets ålder baserat på studier av meteoriter. Detta visar att solens energikälla inte enbart kan vara gravitationell.

B Neutriner från solen

1938 föreslog Hans Bethe att solens energi kommer från fusion av vätekärnor till helium i solens inre. Nettokärnreaktionen är:



Elektron-neutrinerna, ν_e , som bildas i denna reaktion kan betraktas som masslösa. De lämnar solen, och att de kan detekteras på jorden bekräftar förekomsten av kärnreaktioner inuti solen. Den energi som bortförs av neutrinerna kan försummas.

B1	Beräkna flödestätheten, Φ_{ν} , av antalet neutriner som når jorden, i enheten $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Energin som frigörs i denna reaktion är $\Delta E = 4.0 \times 10^{-12}\text{J}$. Anta att solens utstrålade energi enbart kommer från denna reaktion.	0.6
----	--	------------

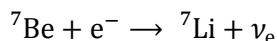
Under färden från solens inre till jorden, omvandlas några av elektron-neutrinerna, ν_e , till andra slags neutriner, ν_x . En detektors effektivitet för detektion av ν_x är bara 1/6 av dess effektivitet för detektion av ν_e . Utan neutrinoomvandling förväntar vi oss att den i medeltal detekterar N_1 neutriner per år. På grund av omvandlingen detekterar den istället i medeltal N_2 neutriner (ν_e och ν_x tillsammans) per år.

B2	Ange hur stor andel, f , av ν_e som omvandlas till ν_x , som funktion av N_1 och N_2 .	0.4
----	--	------------

För att detektera neutriner används stora detektorer fyllda med vatten. Trots att neutriner är mycket svårdekteterade på grund av sin svaga växelverkan med materia, händer det att de slår ut elektroner från en vattenmolekyl i detektorn. Dessa energirika elektroner rör sig mycket snabbt genom vattnet, och avger därvid elektromagnetisk strålning. Om en sådan elektrons fart överstiger ljusfarten i vatten (som har brytningsindex n), avges denna strålning, som kallas Čerenkovstrålning, i form av en kon.


B3	Anta att en elektron som slås ut av en neutrino hela tiden förlorar lika mycket energi per tidsenhet, α , när den rör sig genom vattnet. Bestäm den energi som neutrino överfört till elektronen, $E_{\text{överförd}}$, som funktion av α , Δt , n , m_e och c , om denna elektron sänder ut Čerenkovstrålning under tiden Δt . (Anta att elektronen är i vila innan den träffas av neutrino.)	2.0
----	--	------------

Fusionen av H till He i solen sker i flera steg. I ett av dessa steg bildas kärnan ${}^7\text{Be}$ (med vilomassan m_{Be}). Denna kan absorbera en elektron och bilda kärnan ${}^7\text{Li}$ (med vilomassan $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) samtidigt som en ν_e skickas ut. Motsvarande kärnreaktion är:



Om en Be-kärna ($m_{\text{Be}} = 11,65 \times 10^{-27}\text{kg}$) i vila träffas av en mycket långsam elektron kommer den utsända neutrino ha energin $E_{\nu} = 1,44 \times 10^{-13}\text{J}$. I solens inre är Be-kärnorna däremot i termisk rörelse vid temperaturen T_c och fungerar istället som neutrino källor i rörelse. Detta gör att de utsända neutrinernas energi ändras. Rms-värdet för denna ändring är ΔE_{rms} (där rms står för root mean square).

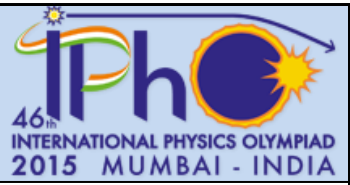
B4	Givet att $\Delta E_{\text{rms}} = 5,54 \times 10^{-17}\text{J}$, beräkna Be-kärnornas rms-fart v_{Be} och uppskatta därefter T_c . (Ledning: ΔE_{rms} beror rms-värdet av den komponent av hastigheten som är riktad längs siktlinjen).	2.0
----	---	------------

Fråga	Svar	Poäng
A1	$T_s =$	0.3
A2	$P_{in} =$	0.3
A3	$n_\gamma(v) =$	0.2
A4	$P_{ut} =$	1.0
A5	$\eta =$	0.2
A6	<p>Plotta η som funktion av x_g</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;">  </div> <div> <p>Lutning vid $x_g = 0$: _____</p> <p>Lutning vid $x_g \rightarrow \infty$: _____</p> </div> </div>	1.0
A7	$x_0 =$ $\eta(x_0) =$	1.0
A8	$\eta_{Si} =$	0.2
A9	$\Omega =$	0.3
A10	$\tau_{KH} =$	0.5

Contestant
Code

--	--	--	--	--	--

A T-1



Sida

2 av 2

B1	$\Phi_\nu =$	0.6
B2	$f =$	0.4
B3	$E_{\text{överförd}} =$	2.0
B4	$v_{\text{Be}} =$ $T_c =$	2.0