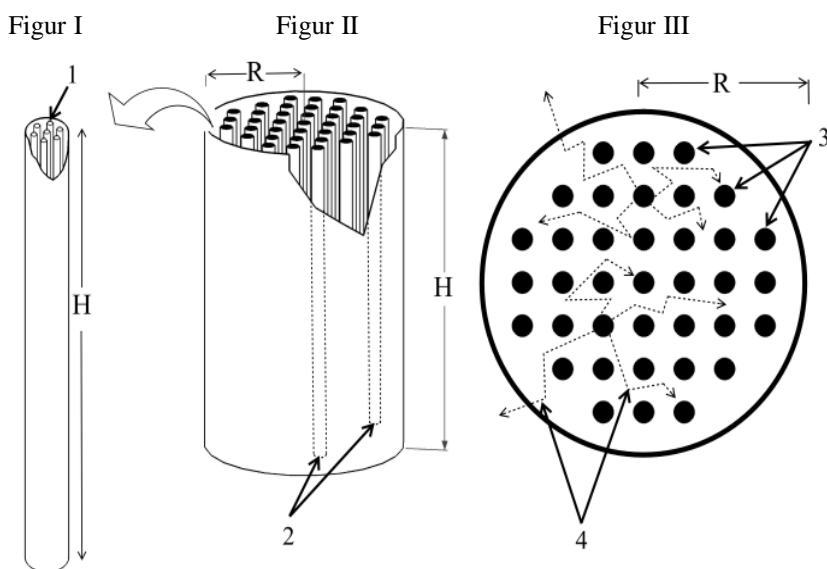


Design av en kärnreaktor

(Total poäng: 10)

Uran förekommer i naturen som  $\text{UO}_2$  med bara 0,720% av uranatomerna i form av  $^{235}\text{U}$ . Neutroninducerad fission förekommer naturligt i  $^{235}\text{U}$ , med emission av 2-3 fissionsneutroner med hög kinetisk energi. Sannolikheten för fission ökar om neutronerna som inducerar den har låg kinetisk energi. Så genom att reducera den kinetiska energin hos fissionsneutronerna, kan man inducera en kedja av fissioner i andra  $^{235}\text{U}$ -kärnor. Detta utgör grunden för att generera energi i en kärnreaktor.

En typisk kärnreaktor består av en cylindrisk tank med höjd  $H$  och radie  $R$  fylld med ett material kallat moderator. Cylindriska rör, kallade bränslekanaler, innehåller vardera en uppsättning cylindriska bränslestavar av naturlig  $\text{UO}_2$  i fast form med höjd  $H$ , och sitter ordnade axiellt i ett regelbundet kvadratisk mönster. Fissionsneutroner som lämnar en bränslekanal kolliderar med moderatoren och förlorar energi, och når de omgivande bränslekanalerna med tillräckligt låg energi för att orsaka fission (Fig. I-III). Värme som genererats med fission i staven överförs till ett kylmedium, en vätska som flyter längs med hela stavens längd. I denna uppgift ska vi studera en del av fysiken bakom (A) bränslestaven, (B) moderatoren och (C) en kärnreaktor med cylindrisk geometri.



Schematisk skiss av kärnreaktor

Fig.I: Förstorad vy av bränslekanal (1: Bränslestavar)

Fig.II: Vy av en reaktor (2: Bränslekanaler)

Fig.III: Toppvy av en reaktor (3: Bränslekanaler i kvadratisk mönster och 4: Typiska neutronbanor).

Bara komponenter relevanta för uppgiften visas (kontrollstavar och kylmedium visas t.ex. inte).

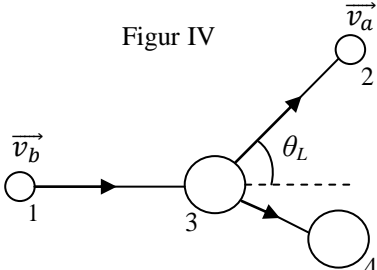
A Bränslestav

Data för $\text{UO}_2$	1. Molmassa $M_w = 0,270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Densitet $\rho = 1,060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Smältpunkt $T_m = 3,138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Termisk konduktivitet $\lambda = 3,280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	<p>Studera följande fissionsreaktion för en <math>^{235}\text{U}</math>-kärna i vila efter att den absorberat en neutron med försumbar kinetisk energi:</p> $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{94}\text{Zr} + ^{140}\text{Ce} + 2 ^1_0\text{n} + \Delta E$ <p>Uppskatta den totalt frigjorda fissionsenergin <math>\Delta E</math> (i MeV). Kärnmassorna är: <math>m(^{235}\text{U}) = 235,044 \text{ u}</math>; <math>m(^{94}\text{Zr}) = 93,9063 \text{ u}</math>; <math>m(^{140}\text{Ce}) = 139,905 \text{ u}</math>; <math>m(^1_0\text{n}) = 1,00867 \text{ u}</math> och <math>1 \text{ u} = 931,502 \text{ MeV } c^{-2}</math>. Bortse från laddningsobalansen.</p>	0.8
A2	Uppskatta det totala antalet $^{235}\text{U}$ atomer $N$ per volymenhet i naturligt $\text{UO}_2$ .	0.5
A3	Anta att neutronflödestätheten $\phi = 2,000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ som träffar uranet är homogen. Tvärsnittet (den effektiva träffarean hos en kärna) för fission av en $^{235}\text{U}$ -kärna är $\sigma_f = 5,400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ . Uppskatta värmeproduktionen per bränslestav och per volymenhet, $Q$ (i $\text{W m}^{-3}$ ), om 80,00% av fissionsenergin kan utnyttjas till värme. $1 \text{ MeV} = 1,602 \times 10^{-13} \text{ J}$ .	1.2
A4	Den stationära temperaturskillnaden mellan bränslestavens centrum ( $T_c$ ) och dess yta ( $T_s$ ) kan skrivas $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$ , där $k = 1/4$ är en dimensionslös konstant och $a$ är stavens radie. Ta fram funktionen $F(Q, a, \lambda)$ med hjälp av dimensionsanalys. Notera att $\lambda$ är den termiska konduktiviteten hos $\text{UO}_2$ .	0.5
A5	Kylmediet ska ha temperaturen $5,770 \times 10^2 \text{ K}$ . Uppskatta den största radie $a_u$ som en bränslestav då kan ha.	1.0

### B Moderatoren

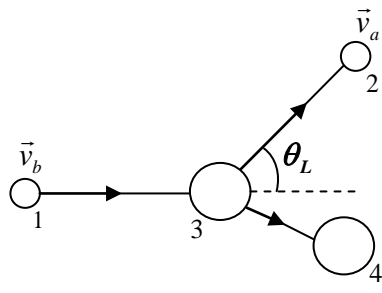
En neutron med massan 1 u kolliderar elastiskt med en moderatoratom med massan  $A$  u. Kollisionen sker i två dimensioner. Före kollisionen är alla moderatoratomerna i vila i labbsystemet. Beteckna neutronens hastighet (i labbsystemet) före respektive efter kollisionen med  $\vec{v}_b$  respektive  $\vec{v}_a$ . Masscentrumssystemet rör sig med hastigheten  $\vec{v}_m$  relativt labbsystemet, och neutronen sprids vinkeln  $\theta$  i masscentrumssystemet. Alla ingående partiklar rör sig med icke-relativistiska hastigheter.

B1	<p>Figur IV visar kollisionen sedd i labbsystemet, där <math>\theta_L</math> är spridningsvinkeln. Gör motsvarande skiss av kollisionen i masscentrumssystemet. Märk ut spridningsvinkeln <math>\theta</math>. Ange partikelhastigheterna i termer av <math>\vec{v}_b</math>, <math>\vec{v}_a</math> och <math>\vec{v}_m</math> för 1,2 och 3.</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;"><i>Kollision i labbsystemet</i></p> <p style="text-align: center;">1-Neutron före kollision (<i>b</i>=before)</p> <p style="text-align: center;">2-Neutron efter kollision (<i>a</i>=after)</p> </div>	0.5
B2	Ta fram uttryck för neutronens fart $v$ och moderatoratomens fart $V$ , båda efter kollisionen i masscentrumssystemet, i termer av $A$ och $v_b$ .	1.0
B3	Härled ett uttryck för $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$ , där $E_b$ och $E_a$ är neutronens kinetiska energi i labbsystemet före respektive efter kollisionen. Här är $\alpha = [(A - 1) / (A + 1)]^2$ .	1.0
B4	Anta att uttrycket som du tog fram i B3 går att använda för molekylen $D_2O$ . Beräkna den andel $f_l = \frac{E_b - E_a}{E_b}$ av neutronens energi som maximalt kan förloras om $D_2O$ (20 u) används som moderator).	0.5

### C Kärnreaktorn

För att driva kärnreaktorn vid ett godtyckligt konstant neutronflöde  $\psi$  (stationärt tillstånd), behöver neutronläckaget kompenseras genom att ett överskott av neutroner produceras i reaktorn. För en cylindrisk reaktor är läckaget per tidsenhet  $k_1[(2,405/R)^2 + (\pi/H)^2]\psi$  och överskottsproduktionen per tidsenhet  $k_2 \psi$ . Konstanterna  $k_1$  och  $k_2$  beror på kärnreaktorns materialparametrar.

C1	En viss kärnreaktor har $k_1 = 1,021 \times 10^{-2} \text{ m}$ och $k_2 = 8,787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ . Man vill minimera läckaget för att få en effektiv bränsleanvändning. Beräkna vilka mått kärnreaktorn ska ha för att minimera läckaget i det stationära tillståndet, givet att reaktorns volym är konstant.	1.5
C2	Bränslekanalerna står i ett kvadratisk mönster enligt Figur III med närmsta granne-avståndet 0,286 m. Bränslekanalerna har en effektiv radie $3,617 \times 10^{-2} \text{ m}$ (anta att bränslekanalerna är solida). Uppskatta antalet bränslekanaler $F_n$ i reaktorn och massan $M$ av den mängd $UO_2$ som behövs för att driva kärnreaktorn, i stationärt tillstånd.	1.0

Fråga	Svar	Poäng
A1	$\Delta E =$	<b>0.8</b>
A2	$N =$	<b>0.5</b>
A3	$Q =$	<b>1.2</b>
A4	$T_c - T_s =$	<b>0.5</b>
A5	$a_u =$	<b>1.0</b>
B1	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: left;"> <p>Labbsystemet</p>  </div> <div style="text-align: right;"> <p>Masscentrumssystemet</p> </div> </div>	<b>1.0</b>

Contestant  
Code

--	--	--	--	--	--

A T-3



Sida

2 av 2

B2	$v =$	$V =$	1.0
B3	$G(\alpha, \theta) =$		1.0
B4	$f_i =$		0.5
C1	$R =$	$H =$	1.5
C2	$F_n =$	$M =$	1.0