



# WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING

26 januari 2017

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

## LÖSNINGSFÖRSLAG KVALTÄVLINGEN 2017

1. Enligt diagrammet är accelerationen  $9,8 \text{ m/s}^2$  när hissen står still eller rör sig med konstant hastighet. Det som visas är alltså kraften, dividerat med massan. När hissen accelererar neråt visas ett värde mindre än  $9,8 \text{ m/s}^2$ . När hissen accelererar uppåt visas ett värde större än  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

a)

**Svar:** I början av rörelsen visas ett värde större än  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Hissen rör sig alltså uppåt. Först accelererar hissen uppåt, sedan rör sig hissen med konstant hastighet och slutligen bromsar hissen in.

b)

Vid den första accelerationen (uppåt) blir hastighetsförändring (arean under  $a$ - $t$ -grafan):

$$\Delta v = a \cdot t = 0,80 \cdot 6,0 \text{ m/s} = 4,8 \text{ m/s}.$$

Hissen rör sig följande sträcka under tiden

$$s = v_{\text{medel}} \cdot t = \frac{4,8}{2} 6,0 \text{ m} = 14,4 \text{ m}$$

Sedan rör sig hissen med konstant hastighet sträckan:  $s = v \cdot t = 4,8 \cdot 30 = 144 \text{ m}$

Under inbromsningen/retardationen rör sig hissen med samma medelhastighet som under accelerationen,  $\Delta v = a \cdot t = 0,80 \cdot 6,0 \text{ m/s} = 4,8 \text{ m/s}$ ,

vilket ger sträckan:  $s = v_{\text{medel}} \cdot t = \frac{4,8}{2} \cdot 6,0 \text{ m} = 14,4 \text{ m}$

Total sträcka:  $14,4 + 144 + 14,4 = 173 \text{ m}$

**Svar:** Avverkad sträcka för hiss färden är 173 m.

2. a) Elektronernas rörelseenergi är mycket högre än deras viloenenergi ( $E \gg E_0$ ) så vi kan med mycket god approximation anta att deras fart är  $c$ , dvs ljusfarten. Om man bestämmer farten på elektronerna relativistiskt med uttrycket  $E_k = (\gamma - 1)E_0$ , får man  $v = 0,999999942c \approx c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Tiden för ett varv för en elektron:  $t = \frac{2\pi r}{v}$ .

För att ge strömmen 0,5 A krävs  $N$  elektroner:

$$Nq = It \text{ ger antalet } N = \frac{I\pi d}{vq} = \frac{0,5 \cdot \pi \cdot 168}{2,998 \cdot 10^8 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}} = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ st}$$

**Svar:** I ringen finns det  $5,5 \cdot 10^{12}$  st elektroner.

b) Braggs formel för första konstruktiva interferensen ( $k=1$ ) ger

$$2d \cdot \sin(\alpha) = k\lambda$$

$$\lambda_1 = 2 \cdot 0,12 \cdot \sin(4) \text{ nm} = 0,0168 \text{ nm},$$

$$\text{vilket ger energin: } E = \frac{hc}{\lambda} = 74 \text{ keV}$$

**Svar:** Fotonernas energi i strålen är 74 keV.

*Kommentar:* Även våglängder  $\lambda_1/k$  ( $k=2, 3, \dots$ ) kommer att förstärkas.

3. a) Konservering av mekanisk energi fram tills  $m_1$  når bordytan:

$$m_1gh = \frac{(m_1+m_2)v^2}{2} + m_2gh \text{ vilket ger } v^2 = \frac{2(m_1-m_2)gh}{m_1+m_2}$$

Konservering av mekanisk energi när  $m_2$  fortsätter uppåt till sin högsta punkt  $h_{\text{max}}$ :

$$m_2gh + \frac{m_2v^2}{2} = m_2gh_{\text{max}}$$

$$h_{\text{max}} = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{2(m_1 - m_2)gh}{2g(m_1 + m_2)} = \frac{h(m_1 + m_2) + h(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1h}{m_1 + m_2}$$

$$\text{för } m_1=3m_2 \text{ får vi } h_{\text{max}} = \frac{2m_1h}{m_1+m_2} = \frac{6m_2h}{4m_2} = \frac{3h}{2}$$

**Svar:** Den lilla kulan kommer  $\frac{3h}{2}$  över marken, d.v.s. 50% högre än den stora kulan släpptes ifrån.

b)

I uttrycket för  $h_{\text{max}} = \frac{2m_1h}{m_1+m_2}$  får man då  $m_1 \gg m_2$  att  $h_{\text{max}}$  närmar sig  $2h$ .

Ett alternativt resonemang är att om  $m_1 \gg m_2$  så kommer  $m_2$  att accelereras med accelerationen  $g$  då den färdas sträckan  $h$  för att sedan i fritt fall retarderas under en lika lång sträcka.

**Svar:** Den högsta höjd den lilla kulan kan få är  $2h$  över marken, d.v.s. dubbelt så högt som den stora kulan släpptes ifrån.

4. Fluor-18 sönderfaller enligt:  ${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^{18}_8\text{O} + {}^0_1\text{e} + \nu$ ,

Positronen kommer mycket snart efter sönderfallet att annihileras tillsammans med en elektron i kroppen.

Vid varje sönderfall frigörs energin:

$$E = \Delta mc^2 = (m_{\text{F}} - 9m_e - (m_{\text{O}} - 8m_e) - m_e)c^2 = \\ (18,0009373 - 17,9991596 - 2 \cdot 0,00054858) \cdot 931,49 \text{ MeV} = 0,6339 \text{ MeV}$$

Vid annihilation med en elektron och en positron kommer det att frigöras deras viloenenergi:

$2 \cdot 0,511 \text{ MeV}$ . Hälften av denna energi absorberas i kroppen. Från ett sönderfall absorberas energin:

$$E_{\text{abs}} = (0,6339 + 0,5 \cdot 2 \cdot 0,511) \text{ MeV} = 1,145 \text{ MeV} *$$

Aktiviteten ger antalet radioaktiva isotoper:

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{A}{\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}} = \frac{240 \cdot 10^6 \cdot 1,8295 \cdot 60^2}{\ln(2)} = 2,2805 \cdot 10^{12} \text{ st.}$$

Antag att alla atomer sönderfaller i kroppen (kort halveringstid). Detta ger:

$$E_{\text{abs, total}} = N \cdot E_{\text{abs}} = 2,2805 \cdot 10^{12} \cdot 1,145 \text{ MeV} = 0,41836 \text{ J}$$

Den absorberade dosen från PET – kameran blir då

$$D = \frac{E_{\text{abs, total}}}{m} = \frac{0,41836}{75} \text{ Gy} = 5,6 \text{ mGy.}$$

Den totala stråldosen från PET och CT blir då c:a 12 mGy för undersökningen.

**Svar:** Den totala stråldosen vid PET och CT-undersökningen blir c:a 12 mGy.

\* Detta är den maximala energi som absorberas vid ett sönderfall och efterföljande annihilation. En del av den frigjorda energin blir energi hos neutron; det är också möjligt att annihilationen sker innan positronen avgivit sin rörelseenergi.

5. Innan kärnorna får kontakt är det enbart elektriska kraften som verkar, vilket innebär att den potentiella energin för systemet som består av de båda kärnorna ges av  $V = kqQ/r$  där  $r$  är summan av radierna på atomerna,  
 $r = r_1 + r_2 = r_0(48^{1/3} + 243^{1/3})\text{fm} = 11,8495\text{fm}$

a)

När Ca når fram till Am-kärnan är rörelseenergin noll. Rörelseenergin som Ca behöver ha före ges direkt av:

$$E_{Ca} = V = 8,98755 \cdot 10^9 \cdot \frac{20 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \cdot 95 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}}{11,8495 \cdot 10^{-15}} \text{J} = 231\text{MeV}$$

**Svar:** I modellen med en fast målkärna är rörelseenergin som Ca-kärnan behöver för att precis nå fram till Am-kärnan 230 MeV.

b)

Energi bevaras i kollisionen:

$$E_{Ca} = E_{Ca+Am} + U \quad (1)$$

där  $U$  är samma som ovan

Även rörelsemängden bevaras:

$p_{Ca} = p_{Ca+Am}$  vilket ger att  $\frac{v_{Ca}m_{Ca}}{m_{Ca+Am}} = v_{Ca+Am}$  och

$$E_{Ca+Am} = \frac{m_{Ca+Am}v_{Ca+Am}^2}{2} = \frac{v_{Ca}^2 m_{Ca}^2}{2m_{Ca+Am}} = \frac{E_{Ca}m_{Ca}}{m_{Ca+Am}} \quad (2)$$

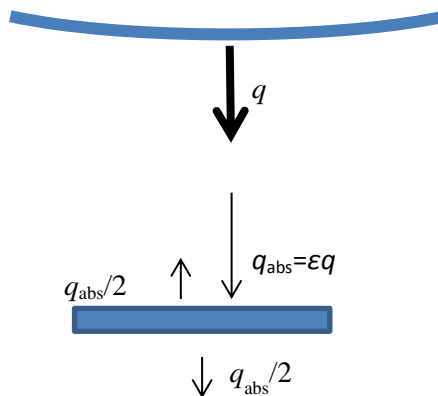
$$(1) \text{ och } (2) \text{ ger: } E_{Ca} \left(1 - \frac{m_{Ca}}{m_{Ca+Am}}\right) = U$$

$$\text{vilket ger } E_{Ca} = \frac{m_{Ca+Am}}{m_{Am}} U = \frac{243+48}{243} 231\text{MeV} = 277\text{MeV}$$

**Svar:** I modellen då målkärnans rörelse påverkas av kraften från Ca är rörelseenergin som Ca-kärnan behöver för att precis nå fram till Am-kärnan 280 MeV.

6. a) Strålning från tändaren träffar metallskärmen som värms upp. Denna uppvärmning fortsätter tills dess att stationärt tillstånd har uppnåtts, vilket innebär att metallskärmens temperatur är konstant.

Eftersom metallskärmens temperatur är konstant måste den stråla ut lika mycket energi som den mottar från kärlet. Anta att strålningsenergin  $q$  per tidsenhet kommer från cylindern mot metallskärmen. Då absorberar metallskärmen  $\epsilon q$  per tidsenhet. Eftersom metallskärmen strålar åt två håll strålar hälften tillbaka till kärlet och hälften strålar mot handtaget – se bilden nedan.



Vi bortser från effekten att metallskärmen är lite närmre handtaget. Handtaget mottar hälften av den strålning som skärmen absorberar, dvs  $\epsilon/2$ . Mindre än hälften av  $q$ .

**Svar:** Strålningen reduceras med mer än 50% p.g.a. metallskärmen. Med  $\epsilon=0,35$  enl b-uppgiften reduceras strålningen med 82% = 100%-18%.

b) Emittansen från cylindern (effekt per areaenhet):  $M = \epsilon\sigma T_{cyl}^4$

Enligt Kirchhoffs strålningslag absorberas andelen  $\epsilon$  av den instrålade effekten.

Den av plattan mottagna effekten blir:  $P_{in} = \epsilon MA = A\epsilon^2\sigma T_{cyl}^4$

Vid strålningsbalans strålar lika mycket ut:

$$P_{in} = P_{ut} = 2\epsilon A\sigma T_{platta}^4$$

$$\text{Vilket ger: } A\epsilon^2\sigma T_{cyl}^4 = 2A\epsilon\sigma T_{platta}^4 \text{ och } \epsilon = \frac{2T_{platta}^4}{T_{cyl}^4} = \frac{2 \cdot 553^4}{853^4} = 0,35$$

**Svar:** Emissiviteten är c:a 0,35.

*Kommentar:* Det leds en del värme från cylindern till plattan med värmeledning (via handtaget) men det leds också bort en del värme med luften och med konvektion/strömning. Det strålar också in en del värme från omgivningen, men vid dessa temperaturer är den strålningen mycket liten.