WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING

23 januari 2020

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG KVALTÄVLINGEN 2020

1. (a) Personen åker ned i rulltrappan eftersom trycket ökar.

   (b) Trycket ökar från 101070 Pa till 101410 Pa, dvs. trycket ökar med $\Delta p = 340$ Pa. Enligt tabell är luftens densitet vid normalt lufttryck, temperaturen 20 grader och 50% luftfuktighet 1,2 kg/m^3 (även tabellvärdet 1,29 kg/m^3 vid NTP godtas).
   Vi antar att luftens densitet är konstant i det aktuella intervallet, så att tryckskillnaden ges av
   $\Delta p = \rho g h$ och $h = \frac{\Delta p}{\rho g h} = \frac{340}{1{,}2 \cdot 9{,}82}\,\text{m} = 28{,}85$ m
   Svar: Rulltrappans höjd är 29 m.

   (c) Avverkad sträcka, s, ges enligt $s = \frac{h}{\sin v} = \frac{28{,}85}{\sin(30°)}\,\text{m} = 57{,}7$ m. Motsvarande tid är $t = (91 - 9)\text{ s} = 82$ s varmed $v = \frac{s}{t} = \frac{57{,}7}{82}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}70\ \text{m/s}$
   Svar: Rulltrappans hastighet är 0,70 m/s.

2. (a) Energirikaste betasönderfallet är i figuren β_5 i figuren.

   (b) Vid sönderfallet ${}^{192}_{77}\text{Ir} \rightarrow {}^{192}_{78}\text{Pt} + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu} + \gamma$ frigörs totalt energin:
   $931{,}49 \cdot (191{,}9626050 - 191{,}9610380)\text{MeV} = 1{,}4596\ \text{MeV}$
   Pt-192 excitationsnivå, 784,6 keV motsvarar γ-energin, varmed energin som frigörs i betasönderfallet är $1{,}4596\ \text{MeV} - 0{,}7846\ \text{MeV} = 0{,}674\ \text{MeV}$. Denna energi fördelas mellan elektronen och neutrinon. Neutrinons viloenergi är mycket låg och dess minsta rörelseenergi är noll. Den maximala rörelseenergin för elektronen är alltså 0,674 MeV.
   Enligt diagrammet kommer deexcitationen att ske i två steg med utsändande av två fotoner med energierna, enligt diagrammet:
   E_1 =784,6 keV – 316,5 keV = 468,1 keV = $7{,}499 \cdot 10^{-14}$ J
   E_2=316,5 keV= $5{,}070 \cdot 10^{-14}$ J
   Motsvarande våglängder ges av
   $$\lambda_1 = \frac{hc}{E_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}}{7{,}499 \cdot 10^{-14}}\,\text{m} = 2{,}6\ \text{pm}$$
   $$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}}{5{,}070 \cdot 10^{-14}}\,\text{m} = 3{,}9\ \text{pm}$$

   Svar: Den mest energirika elektron som sänds ut vid sönderfallet har energin 674 keV. Vid det sönderfallet sänds även två fotoner med våglängderna 2,6 pm och 3,9 pm ut.

3. (a) För att uppnå största kraft bör solseglet reflektera all strålning, då rörelsemängdsändringen i detta fall blir dubbelt så stor som om strålningen absorberas, d.v.s. $\Delta p = 2\ p_{\text{foton}}$.

   (b) Strålningstrycket (kraften) från solstrålningen ges av impulslagen:
   $\Delta p = Ft$.
   Fotonens rörelsemängd ges av $p_{\text{foton}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda c} = \frac{E}{c}$, varmed kraften på seglet ges av $F = \frac{2E}{ct} = \frac{2P}{c}$ där strålningens effekt på avståndet 1 AU från solen ges av solarkonstanten $I = 1{,}4\ \text{kW/m}^2$ multiplicerat med seglets area, A.
   Kraften på seglet blir då: $F = \frac{2IA}{c} = 2 \cdot 1400 \cdot 32 \cdot \frac{1}{2{,}998 \cdot 10^8}\,\text{N} = 0{,}299\ \text{mN}$ och acceleration $a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}299}{5}\ \text{mm/s}^2 = 0{,}060\ \text{mm/s}^2$

   Svar: Accelerationen på rymdfarkosten är 0,060 mm/s^2.

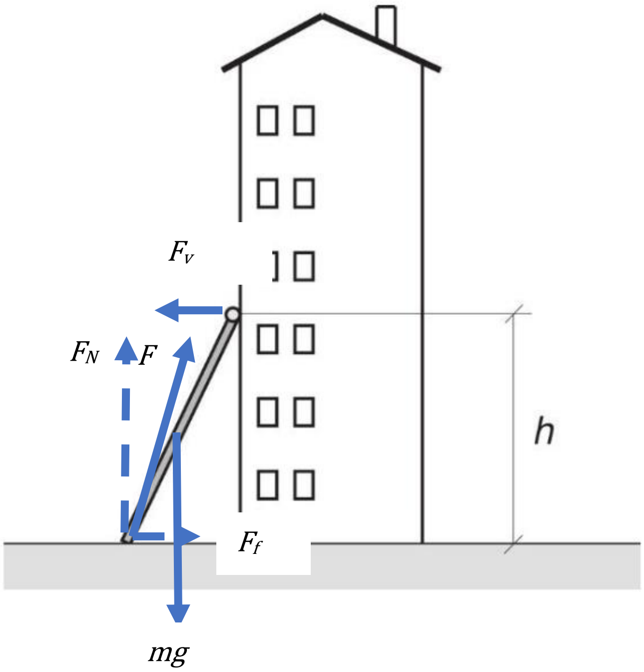
4. (a) Extremvärden till funktionen bestäms med derivatans nollställen alltså
   Lös: $\frac{dP}{dv} = -\frac{b}{v^2} + 3cv^2 = 0$, vilket ger $v = \sqrt[4]{\frac{b}{3c}} = \sqrt[4]{\frac{7{,}16}{3 \cdot 0{,}005}}\,\text{m/s} = 4{,}67$ m/s och $P_{\text{min}} = 0{,}42 + \frac{7{,}16}{4{,}67} + 0{,}005 \cdot 4{,}67^3\ \text{W} = 2{,}46\ \text{W}$. Vid konstant hastighet ges sambandet mellan framåtdrivande effekt och kraft av: $P = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$, vilket ger kraften
   $F = \frac{P}{v} = \frac{2{,}46}{4{,}67}\,\text{N} = 0{,}53\ \text{N}$.

   Svar: Kraften på luften är 0,53 N vid den fart som kräver minst effekt.

   (b) Det uträttade arbetet under sträckan *s* ges av $W = F \cdot s = \frac{P}{v}s$. Det som skall minimeras är arbetet per sträcka, alltså $\frac{W}{s} = \frac{P}{v} = \frac{a}{v} + \frac{b}{v^2} + c \cdot v^2$. Extremvärden ges av derivatans nollställen.
   Lös: $\frac{d}{dv}\left(\frac{P}{v}\right) = -\frac{a}{v^2} - \frac{2b}{v^3} + 2cv = -\frac{0{,}42}{v^2} - \frac{2 \cdot 7{,}16}{v^3} + 2 \cdot 0{,}005 \cdot v = 0.$
   Numerisk lösning ger v=6,4 m/s.

   Svar: Den fart som ger minst energiförbrukning per sträcka är 6,4 m/s.

5. (a)



(b) De två olika vinklar som är intressanta för problemet är:
θ_s - vinkel mellan stege och mark, och θ_F - vinkel mellan kontaktkraft F och mark
Följande krafter på stegen behöver beaktas vid lösningen:
Kraften från väggen (normalkraft): F_v
Kraft från underlaget: F (med vinkeln θ_F). I figuren ovan visas även komposanterna, där kallade F_f och F_N.
Tyngdkraft: mg.
Kraftjämvikt i horisontell led: $Fcos(\theta_F) - F_v = 0$ (1)
Kraftjämvikt i vertikal led: $Fsin(\theta_F) - mg = 0$ (2)
(2) / (1) ger: $\tan(\theta_F) = \frac{mg}{F_v}$.
Momentjämvikt vid stegens nedre ända. $mg\frac{L}{2}\cos(\theta_s) = F_v L sin(\theta_s)$, vilket ger $\tan(\theta_s) = \frac{mg}{2F_v}$
Vi kan nu se att $\tan(\theta_F) = 2\tan(\theta_s)$. Detta betyder att den motstående kateten är dubbelt så stor om den närliggande är samma, varmed kraften pekar på en punkt på väggen $2h$ över marken.

6. Tillförd effekt är rörelseenergin hos den vind som träffar rotorns sveparea per sekund:

$$P_{\text{vind}} = \frac{mv_R^2}{2 \cdot t} = \frac{\rho A \Delta s \cdot v_R^2}{2 \cdot t} = \frac{\rho A v_R^3}{2}$$

$P_{\text{el}} = c_p \cdot P_{\text{vind}}$ (= 12 MW) så att $P_{\text{el}} = c_p \frac{\rho A v_R^3}{2}$.

Sveparenan är $A = \pi r^2 = \pi \cdot 110^2 \text{m}^2 = 38013 \text{ m}^2$.

Vindhastigheten som ger 12 MW:

$v_R = \frac{v_{\text{rotorspets}}}{\lambda}$ där $v_{\text{rotorspets}} = \frac{7{,}31}{60} \cdot \pi \cdot 220 = 84{,}2 \text{ m/s}$

Vi ser att c_p beror på v_R via diagrammet i figuren, som inte har något matematiskt uttryck. Det finns nu flera sätt att numeriskt försöka bestämma lösningen till ekvationen: $c_p \frac{\rho A v_R^3}{2} = 12 \cdot 10^6$ (W) där $v_R = \frac{84{,}2 \text{ m/s}}{\lambda}$

Vi kan prova med några värden på c_p och λ avlästa ur diagrammet. När effekten blir 12 MW har vi hittat den rätta lösningen.

T.ex. om $\lambda = 8$ kan vi läsa av $c_{\text{p}} = 0{,}48$. Vi får då$v_R = \frac{84{,}2}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ och

$P = \frac{0{,}48 \; 1{,}29 \cdot 38013 \cdot 10{,}6^2}{2} \text{W} = 13{,}7$ MW. Detta är lite för stort, så vi får prova med lite större löptal, se tabell nedan.

λ	c_p	P (MW)
8	0,48	13,7
9	0,45	9,1
10	0,40	5,9
8,5	0,48	11,2

Vi ser att löptalet bör ligga mellan 8 och 8,5 för att ge rätt lösning! Löptalet är alltså c:a 8,25 och vindhastigheten $v_{\text{R}} = \frac{84{,}2}{8{,}25} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \text{ m/s}$.

Svar: Den lägsta vindhastighet att uppnå effekten 12 MW är 10 m/s.

Kommentar: Inom rimliga temperaturer varierar luftens densitet mellan cirka 1,20 kg/m^3 och 1,29 kg/m^3, vilket ger $8{,}1 < \lambda < 8{,}3$ och $10{,}1 \text{ m/s} < v_R < 10{,}3 \text{ m/s}$. Två värdesiffror ger i båda fallen svaret 10 m/s.