

Nobelpriset i fysik 1985

Olof Beckman

Den kvantiserade Hall-effekten



1985 års nobelpris i fysik tilldelades professor Klaus von Klitzing, Max Planck-institutet i Stuttgart, "för upptäckten av den kvantiserade Hall-effekten". Den kanske mest spektakulära följden av denna effekt är att den ger oss en ny definition av enheten för elektrisk resistans, ohm.

Vårt nuvarande enhetssystem, SI-systemet, baseras på sju grundenheter, meter, kilogram, sekund, ampere, kelvin, mol och candela. Strävan har alltid varit att förankra enheterna till storheter, som går att reproducera i naturen eller i laboratoriet. Den ursprungliga definitionen av metern, en tiomilliondel av jordmeridiankvadranten, föreslogs på 1790-talet under den franska revolutionen. Efter omfattande gradmätningar kunde man fastlägga enhetens storlek, och därmed tillverka en meterprototyp, arkivmetern. Samtidigt tillverkades även arkivkilogrammet som enhet för massa. I slutet av 1800-talet fastställdes dessa enheter genom internationell överenskommelse.

Givetvis är det mycket opraktiskt att härleda en enhet från en måttsträcka i naturen, som skedde med den första meterdefinitionen. En enhet skall ha en given *definition*, men det skall dessutom vara möjligt att noggrant *reprodu-*

cera den i ett laboratorium. James Clark Maxwell hävdade redan 1870 att längd, tid och massa måste hänföras till våglängd, period för vibration, respektive massa hos "these imperishable and unalterable and perfectly similar molecules". Detta har kunnat genomföras för metern och sekunden. År 1960 definierades metern med hjälp av våglängden hos en bestämd strålningsövergång hos atomen krypton 86, och 1967 definierades sekunden med hjälp av strålningsövergången mellan två hyperfinnivåer i grundtillståndet hos atomen cesium 133.

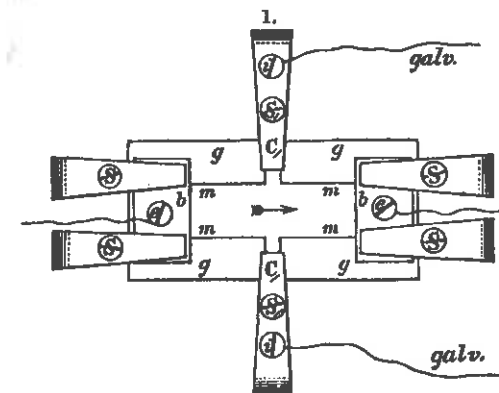
Då det gäller metern har man gått ännu ett steg längre genom att hänföra den till en naturkonstant, ljushastigheten. Enligt den 1983 antagna definitionen är metern den vägsträcka, som ljuset tillryggalägger i tomrummet på $1/299\,792\,458$ s. Idealet vore att definiera samtliga grundenheter med hjälp av naturkonstanter, och om detta inte är möjligt, utnyttja någon speciell substans eller ämne. Klart otillfredsställande är, att kilogrammet som enhet för massa fortfarande efter ca 100 år definieras med hjälp av prototypen i Paris.

Enheten för elektrisk ström definieras genom kraftverkan mellan två parallella ledare, något som är mycket svårt om inte omöjligt att reproducera i laboratoriet. Här har den moderna fysiken kommit oss till hjälp. Den elektriska strömmen är relaterad till spänning och resistans via Ohms lag. Bägge dessa storheter kan definieras med hjälp av fundamentalkonstanter. Så ger Josephson-effekten i supraledande tunnelövergångar ett samband mellan frekvens och elektrisk spänning genom relationen $\omega = 2eV/h$, där faktorn 2 hänför sig till de supraledande elektronparen.

Den kvantiserade Hall-effekten ger ett motsvarande samband för elektrisk resistans. Denna kan liksom spänning uttryckas genom ett samband mellan fundamentalkonstanter, nämligen h/e^2 . Insättning av siffervärden för h och e ger ett värde av cirka 25.8 kiloohm, en resistans som kan mätas med hög precision.

För drygt hundra år sedan publicerade E H Hall, en ung student vid Johns Hopkins University, USA, en artikel i American Journal of Mathematics (vol 2, s 287, 1879) med titeln "On a New Action of the Magnet on Electric Currents". Artikeln trycktes ånyo i American Journal of Science and Arts i september 1880 och följdes snabbt av ytterligare en artikel i samma tidskrift (vol XX, s 161, 1880). Titeln på denna artikel "On the New Action of Magnetism on a Permanent Electric Current" antyder att Hall nu var helt säker på att han upptäckt en ny effekt. De arbeten, som han beskriver i denna senare artikel, utgör hans doktorsarbete.

I sin första artikel berättar Hall utförligt om hur han i samband med Prof H A Rowlands föreläsningar hade fäst sig vid en passus i Maxwells "Electricity and Magnetism": "It must be carefully remembered, that the mechanical



Figur 1 E H Halls första experiment för påvisande av "Hall-effekten". Amer J Science XX, 161-186 (1880).

force which urges a conductor carrying a current across the lines of magnetic force, acts, not on the electric current, but on the conductor which carries it." Hall ansåg inte detta vara korrekt, kraftverkan borde påverka den elektriska strömmen och inte själva ledaren. Efter samråd med sin lärare prof Rowland gjorde han följande experiment. En platt spiral av nysilver placerades mellan polerna på en elektromagnet. Hall ansåg att om den elektriska strömmen själv påverkades av magnetfältet, skulle strömmen pressas mot ledarens ena sida med en ökad elektrisk resistans som följd, eftersom den effektiva arean hos den elektriska strömmen minskades. Emellertid kunde han inte konstatera någon som helst ändring i resistansen. Han påpekar dock, att detta experiment inte utgör ett tillräckligt bevis för att magnetfältet inte påverkar den elektriska strömmen i ledaren. Magnetfältet försöker pressa elektriciteten mot ena sidan av tråden. Eftersom detta uppenbarligen inte lyckas, måste det uppstå ett tillstånd av "elektrisk stress" i ledaren. Hall kommer till följande slutsats: "Reasoning thus, I thought it necessary, in order to make a thorough investigation of the matter, to test for a difference of potential between points on opposite sides of the conductor."

Han gjorde ett nytt experiment med ett tunt guldfolium. Fig 1, som är hämtad ur hans artikel, visar hur han skickar strömmen genom kontakterna (e), samt mäter potential-differensen över kontakterna (i) med hjälp av en känslig galvanometer; en metod som man än i dag i princip använder. Den uppmätta Hall-spänningen V_H , som den numera kallas, har storleken (se ruta):

$$V_H = \frac{B}{Nqd} I$$

där B är magnetfältet, riktat vinkelrätt mot plattan, N koncentrationen av laddningsbärare, q elementarladdningen och I elektriska strömmen genom plattan. Observera,

För härledning av den normala Hall-effekten utgår vi från en tunn metall- eller halvledarplatta (fig 2). Vi lägger in ett koordinatsystem med magnetfältet i den positiva z-axeln vinkelrätt mot plattan. En ström med strömthet $j_x = Nqu_x$ skickas i positiva x-riktningen. N är koncentrationen av laddningsbärare, q deras laddning och u_x deras drifhastighet. Magnetfältet påverkar laddningsbärarna med Lorentz-kraften $F = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ i y-riktningen. Därvid alstras ett elektriskt fält (Hall-fältet) E_y i y-riktningen. Eftersom ingen ström kan flyta i y-riktningen erhålles följande jämviktsrelation för y-komponenterna:

$$F_y = q(E_y - u_x B_z) = 0$$

dvs $E_y = u_x B_z$

Insättning av $j_x = Nqu_x$ ger Hall-fältet:

$$E_y = \frac{j_x B_z}{Nq}$$

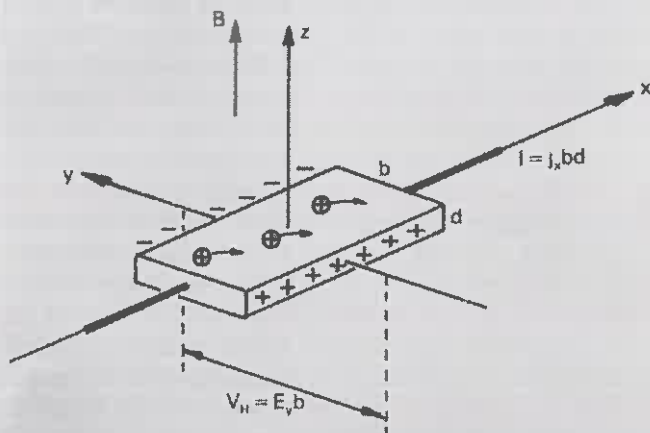
Antag, att plattans bredd är b och tjocklek d . Den elektriska strömmen är $I = j_x b d$, samt Hallspänningen $V_H = E_y b$, vilket ger:

$$3D: V_H = \frac{B}{Nq d} I$$

Om provet endast innehåller ett slags av laddningsbärare, kan deras koncentration samt tecken bestämmas (hål resp elektroner).

För en tvådimensionell struktur erhålles $I = j_x b$, vilket ger

$$2D: V_H = \frac{B}{Nq} I$$



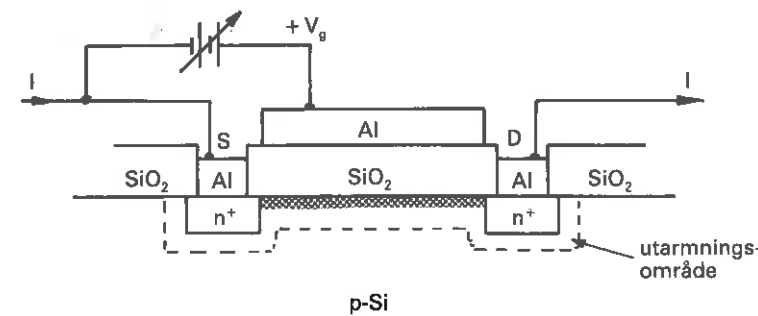
Figur 2 Hall-effekt. En ström I skickas i positiva x-riktningen. Ett magnetfält i positiva z-riktningen strävar att förekjuta positiva laddningsbärare i negativa y-riktningen. Detta ger upphov till en Hall-spänning V_H i y-riktningen.

att plattans tjocklek d ingår i uttrycket. Vid övergång till en tvådimensionell struktur bortfaller denna storhet.

I den enklaste tredimensionella modellen för en metall betraktar man ledningselektronerna som en gas av "fria" elektroner med kinetiska energin

$$\epsilon = \hbar^2 k_x^2 / 2m^* + \hbar^2 k_y^2 / 2m^* + \hbar^2 k_z^2 / 2m^* \quad (2)$$

där \hbar är Plancks konstant dividerad med 2π , k är vågvektorn för elektronens deBroglie-våg och m^* är elektronens effektiva massa. Enligt kvantmekanikens lagar är k_x , k_y



Figur 3 Kisel-MOSFET struktur. Med en positiv styrsänning (grindspänning) V_g skapas i kiselkivan ett n-typ inversionsskikt (skuggat område), vilket utgör den tvådimensionella elektrongasen. En ström I skickas genom skiktet via n^+ dopade områden S och D. Med hjälp av separata n^+ kontakter (ej utritade i figuren) mäter man Hall-spänning V_H (ger e_{xy}) samt potentialfall längs skiktet (ger e_{xx}).

och k_z kvantiserade. I ett stycke materia av makroskopiska dimensioner ligger k -värdena så tätt, att de kan betraktas som ett kontinuum. Om vi emellertid gör skiktet mycket tunt (ca 100 Å) kommer vi att separera elektronernas tillåtna k -värden i riktningen vinkelrätt mot skiktet (z-riktningen). Energiskillnaden mellan tillåtna elektrontillstånd kan då uppgå till 20–30 meV. Om vi kylar ner provet till låg temperatur, 1 kelvin eller därunder, blir elektroner "fångade" i den lägsta k_z -nivån. De kan endast röra sig i x,y-planet, dvs de bildar en tvådimensionell elektrongas. Denna är givetvis underkastad Pauliprincipen, vilket innebär, att varje kvanttillstånd k_x , k_y endast rymmer två elektroner, en av vardera spinnriktningen.

Klaus von Klitzing upptäckte den kvantiserade Hall-effekten, då han studerade en tvådimensionell elektrongas i en MOSFET struktur (metal-oxide-semiconductor-field-effect-transistor), fig 3. Han utgick från en p-typ kiselkiva. På denna lades ett några hundra ångström tjockt isolerande lager av kiseldioxid samt ovanpå detta ett metallskikt. På detta kan man lägga en styrsänning (grindspänning). Genom jonimplantation skapas även två kraftigt n-dopade områden (n^+ i fig 3) (source och drain), som förbinds med en strömkälla. Om ingen styrsänning finns, kan ingen ström gå genom kiselkivan, eftersom vi har två mot varandra vända p-n övergångar. Om emellertid en positiv spänning lägges på styrelektroden, skapas ett tunt n-typ sk inversionlager i kiselkivan av negativa laddningsbärare. Inversionslagret har låg resistans och tillåter en ström att passera mellan de två n^+ -dopade kontakterna. Inversionslagret blir automatiskt isolerat från grundmaterialets p-typ kisel genom ett tunt skikt, som är helt utarmat på laddningsbärare. Vid mycket låga temperaturer utgör inversionslagret en tvådimensionell elektrongas. Styrsänningen bestämmer skiktets tjocklek, och därmed dess elektronkoncentration och högsta elektronenergi, ϵ_F .

Med en elektrisk ström längs inversionsskiktet (i x-riktningen) lägges ett magnetfält i z-riktningen vinkelrätt mot skiktet. Vid mycket höga magnetfält i kombination med låga temperaturer inträffar därvid ytterligare en kvantisering av den två-dimensionella elektrongasen, denna gång i x,y-planet. Under inverkan av Lorentz-kraften rör sig elektronerna i slutna cirkulära banor, som är kvantiserade till givna energivärden, Landau-nivåer:

$$\epsilon = (i - 1/2)\hbar\omega_c \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (3)$$

där ω_c , den sk cyklotronfrekvensen, utgör deras vinkel-frekvens i banan. Den beror av såväl magnetfältet som av effektiva massan enligt sambandet:

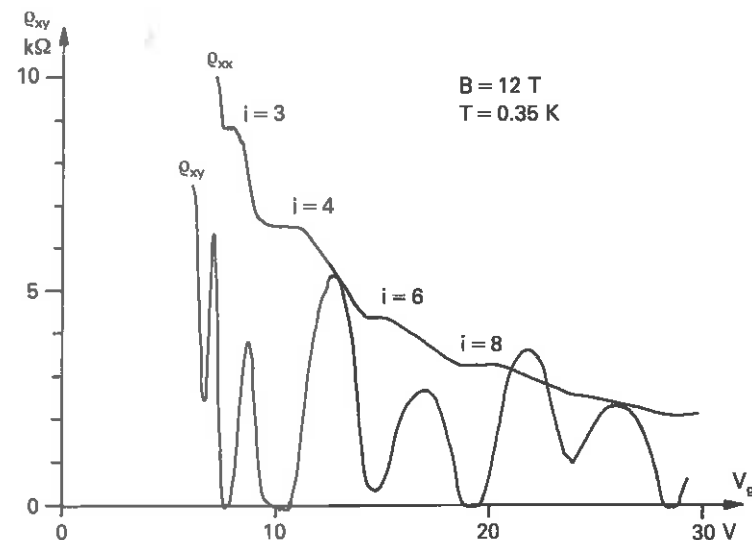
$$\omega_c = eB/m^* \quad (4)$$

Varje Landau-nivå med energi som anges i ekv (3) innehåller en mängd elektroner som tidigare hörde till elektrongasens "kontinuum". Elektronkoncentrationen i varje nivå är beroende av magnetfältet och uppgår till $n = eB/h$ i en 2D-elektron gas. Man kan förskjuta Landau-nivåerna genom att ändra magnetfältet. Ferminivåns läge kan också förskjutas; detta sker genom att ändra styrspänningen, eftersom man då ändrar koncentrationen av laddningsbärare. Antag nu, att vi justerar in magnetfält B och styrspänning V_g så att Fermi-energin ϵ_F hamnar mitt emellan de två Landau-nivåerna i och $i + 1$. Totala elektronkoncentrationen N är då $N = in = ieB/h$. Emellertid har vi tidigare noterat (se ruta), att Hall-resistansen i en 2D-elektron gas är $\rho_{xy} = V_H/I = B/Ne$. Insättning av N ger nu

$$\rho_{xy} = h/ie^2 = 25813/i \text{ (enhet } \Omega) \quad (5)$$

I uttrycket ingår endast Plancks konstant och elementarladdningen (i är ett heltal). Detta är von Klitzings stora upptäckt. Han har själv anmärkt, att han redan 1978 publicerade experimentella kurvor över Hall-resistansen, där ρ_{xy} -värden enligt ekv (5) finns dokumenterade. Det var emellertid inte förrän vid ett senare experiment, som han den 5 februari 1980 kl 2 på morgonen plötsligt insåg hela vidden av sin upptäckt. Detta klockslag markerar den kvantiserade Hall-effektens födelse.

Fig 4 visar en testkörning i 12 T magneten i Uppsala med ett kisel-MOSFET prov från Tekniska Högskolan i Helsingfors. Man ser hur Hallresistansen bildar korta plataer vid bestämda värden hos styrspänningen V_g , med $i = 3, 4, 6, 8$; dvs $\rho_{xy} = 8.6, 6.5, 4.3$ och 3.2 k Ω . Vid dessa värden på styrspänningen går provets resistans ρ_{xx} ner mot noll. Fermi-energin ligger då mitt emellan två Landau-nivåer. Alla nivåer under ϵ_F är helt fyllda med elektroner, medan alla övriga nivåer är tomma. På grund av den låga temperaturen kan inga elektroner exciteras till högre nivåer. Elektronerna i respektive Landau-nivå strävar efter att

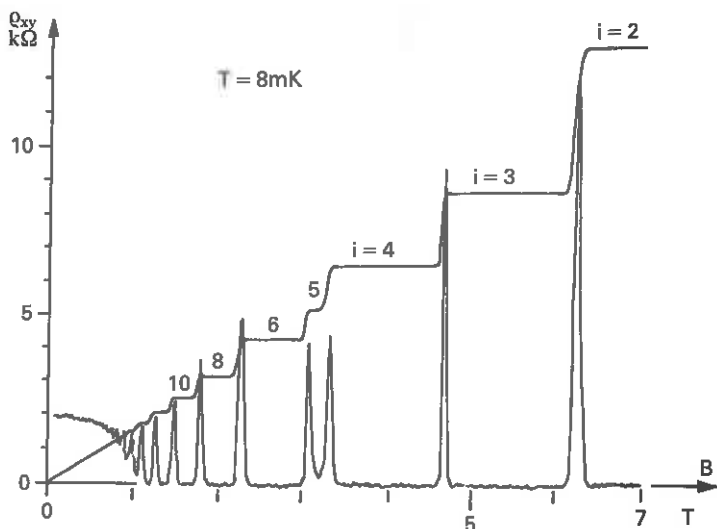


Figur 4 Kvantiserad Hall-effekt i en kisel-MOSFET struktur från Statens Tekniska Forskningscentral, Helsingfors. Mätningen gjord i 12 T magneten i Uppsala vid ^3He temperatur.

röra sig i cirkelbanor med cyklotronfrekvensen ω_c . Emellertid finns över provet ett elektriskt fält, Hall-fältet, i y-led. Enligt teorin för laddade partiklars rörelse i korsade elektriska och magnetiska fält, kommer elektronerna att driva i x-led, dvs längs med inversionsskiktet. Denna ström, vilken utgör den pålagda huvudströmmen, går fram genom skiktet utan resistans. Spänningsfallet längs skiktet är noll!

I månadsskiftet oktober–november 1985 ordnade danska fysiker en nordisk forskarkurs över 2D elektrongas på Sostrup Slot på Jylland. Kursen råkade inträffa endast någon vecka efter meddelandet om årets nobelpris. En av huvudtalarna var von Klitzing, och han avslöjade bland annat ovannämnda detaljer om sin upptäckt. Han visade även färsk rådata över en registrering av kvantiserade Hall-effekten (fig 5). Den tvådimensionella elektrongasen har i detta fall skapats i gränsskiktet mellan en galliumarsenid- och en galliumaluminiumarsenidkristall; en sk halvledar-heterostruktur, som visar mycket gynnsamma betingelser för kvantiserad Hall-effekt.

Fig 5 visar synnerligen väl utvecklade plataer i Hall-resistansen med motsvarande nollvärde av provets resistans. Man har observerat att en ökad mängd föroreningar ger bättre plataer, men man har för närvarande ingen godtagbar teoretisk förklaring till detta. Plataerna ger emellertid resistansvärden, som är helt oberoende av provet. Man kan genom dem bestämma värdet på h/e^2 med en noggrannhet, som är bättre än en del på tiomiljoner! Utan tvekan har vi här grunden för en ny definition av ohm.



Figur 5 Experimentella rådata över kvantiserade Hall-effekten presenterade av K von Klitzing vid nordiska forskarkursen i Danmark hösten 1985. Vid konstant styrspänning svepes magnetfältet upp till 7 T. Kurvan över Hall-effekten (ρ_{xy}) visar mycket tydliga platåer med $i = 2$ vid högsta magnetfält. Resistiviteten ρ_{xx} är noll med undantag för skarpa toppar vid de magnetfält där ρ_{xy} går över från en platå till nästa. (Figuren har ritats av författaren efter en originalkurva som välvilligt ställts till KOSMOS förfogande av Nobelpristagaren K von Klitzing.)

Slutligen bör nämnas en ny effekt, den anomala kvant-Hall-effekten. Ett forskarlag vid Bell-laboratorierna i USA har funnit platåer i Hall-resistansen som motsvarar enkla bråktalsvärden av i , nämligen $i = 1/3, 2/3, 2/5, 3/5$ etc. Märkligt nog är nämnaren alltid ett udda tal. Vi väntar på en förklaring till denna anomali.

Litteratur:

1. E H Hall, Amer J Math II, 287 (1879), Amer J Science XX, 161 (1880).
2. Kai Siegbahn, "Mått och vikt", Kosmos 1965, s 96.
3. Arne Bengtsson, "Mätning av ljushastigheten", Kosmos 1984, s 117.
4. Olof Beckman, "DeHaas-van Alphen effekten", Kosmos 1968, s 83.
5. Mats Jonson, "Kvant-Hall-effekten - ett möte mellan mikrokosmos och makrokosmos", NFR årsbok 1984, "Fångad av forskning", s 115.