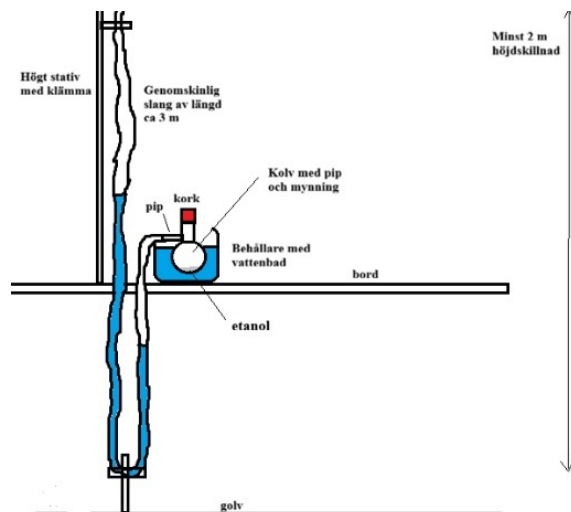


Lösningförslag till ”Mätt på etanol”

Inledande kommentar: Nedanstående lösningförslag är omfattande, men de tävlande kan få många poäng på uppgiften utan att göra en fullständig härledning och utan att ta hänsyn till alla omständigheter i experimentet.



Figur 1: Skiss över uppställningen.

Låt p_0 beteckna normalt lufttryck. Då korken trycks ned i behållaren uppkommer nivåskillnaden Δh_{kork} mellan vätskenivåerna i manometern. Det nya trycket i behållaren p_1 kan vi därför beräkna med formeln

$$p_1 = p_0 + \rho_V g \Delta h_{\text{kork}}, \quad (1)$$

där ρ_V är densiteten för vatten och g betecknar tyngdaccelerationen. Observera att i p_1 ingår både trycket av torr luft, och av den instängda vattenångan.

När etanolen sprutats in i behållaren, korken satts på, och jämvikt inträtt vid en viss (absolut) temperatur T_2 , har vätskenivåerna stabiliserats. Vi betecknar deras höjdskillnad med Δh_2 , och får att det nya trycket p_2 i behållaren är lika med

$$p_2 = p_0 + \rho_V g \Delta h_2. \quad (2)$$

Trycket p_2 består av tre delar: etanolångans partialtryck p_E , vattenångans partialtryck p_V och (den torra) luftens tryck p_{L2} :

$$p_2 = p_E + p_V + p_{L2}. \quad (3)$$

Vattenångans tryck p_V antas vara konstant 23 mbar under hela försöket, men luftens tryck p_{L2} är inte konstant, utan förändras både på grund av att temperaturen ökar, och på att behållarens volym förändras när vätskenivån i manometern förflyttar sig. Vi behandlar luften som en ideal gas, och jämför två tillstånd hos gasen:

Tillstånd 1: Med kork men utan etanol

$$\begin{array}{ll} \text{Luftens tryck} & p_{L1} = p_1 - p_V \\ \text{Luftens volym} & V_1 = V_{\text{kolv}} + V_{\text{slang},1} \\ \text{Luftens temperatur} & T_1 \end{array} \quad (4)$$

Tillstånd 2: Med kork och etanol

$$\begin{aligned}
 \text{Luftens tryck} & p_{L2} \\
 \text{Luftens volym} & V_2 = V_1 - V_E + V_{\text{slang,extra}} \\
 \text{Luftens temperatur} & T_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

Här är V_{kolv} kolvens volym inklusive hals, och $V_{\text{slang,1}}$ respektive $V_{\text{slang,extra}}$ är volymen av den del av slangen där gas befinner sig, i de respektive tillstånden. V_E är volymen av den etanol i flytande form som sprutades in i behållaren.

Ideala gaslagen för den instängda luften ger nu att

$$\frac{p_{L2}V_2}{T_2} = \frac{p_{L1}V_1}{T_1}. \tag{6}$$

Löser vi ut p_E ur [3], och sätter in uttrycket för p_2 i [2] samt det uttryck för p_{L2} som erhålls då denna variabel löses ut i [6], i formeln för p_E , erhålles

$$\begin{aligned}
 p_E &= p_2 - p_V - p_{L2} \\
 &= p_0 + \rho_V g \Delta h_2 - p_V - \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} p_{L1}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Sätter vi vidare in uttrycken för p_{L1} och V_1 från [4] och uttrycket för V_2 från [5] i formeln [7] för p_E ovan, får vi

$$p_E = p_0 + \rho_V g \Delta h_2 - p_V - \frac{T_2}{T_1} \frac{V_{\text{kolv}} + V_{\text{slang,1}}}{V_{\text{kolv}} + V_{\text{slang,1}} - V_E + V_{\text{slang,extra}}} (p_1 - p_V). \tag{8}$$

Om slangen har innerradien r_S är dess tvärsnittsarea πr_S^2 , och eftersom den längd av slangen som rymmer gas från tillstånd 1 till tillstånd 2 har ökat med längden $\frac{\Delta h_2 - \Delta h_{\text{kork}}}{2}$ är

$$V_{\text{slang,extra}} = \pi r_S^2 \cdot \frac{\Delta h_2 - \Delta h_{\text{kork}}}{2}, \tag{9}$$

där vi har dividerat med 2 eftersom höjdförändringen i manometerns ena skänkel (som avgör hur mycket mer gas som ryms i slangen) är hälften av den totala höjdskillnaden. Sätter vi nu in [9] och [1] i [8] får vi till slut

$$p_E = p_0 + \rho_V g \Delta h_2 - p_V - \frac{T_2}{T_1} \frac{V_{\text{kolv}} + V_{\text{slang,1}}}{V_{\text{kolv}} + V_{\text{slang,1}} - V_E + \pi r_S^2 \cdot \frac{\Delta h_2 - \Delta h_{\text{kork}}}{2}} (p_0 + \rho_V g \Delta h_{\text{kork}} - p_V). \tag{10}$$

Kolvens volym är 560 cm^3 . Höjdskillnaden Δh_{kork} mellan vätskenivåerna då korken sattes i, mättes till $2,5 \text{ cm}$, slangens innerradie r_S är enligt uppgift $0,3 \text{ cm}$, och längden $l_{\text{slang,1}}$ av slangen från kolven till vätskeytan vid tillstånd 1, innan etanolen tillfördes, uppmättes till 40 cm , så att volymen av utrymmet i slangen som rymmer gas vid tillstånd 1 är

$$\begin{aligned}
 V_{\text{slang,1}} &= \pi r_S^2 l_{\text{slang,1}} \\
 &= \pi \cdot 0,3^2 \cdot 40 \\
 &= 11,30\dots \\
 &\approx 11 \text{ cm}^3.
 \end{aligned} \tag{11}$$

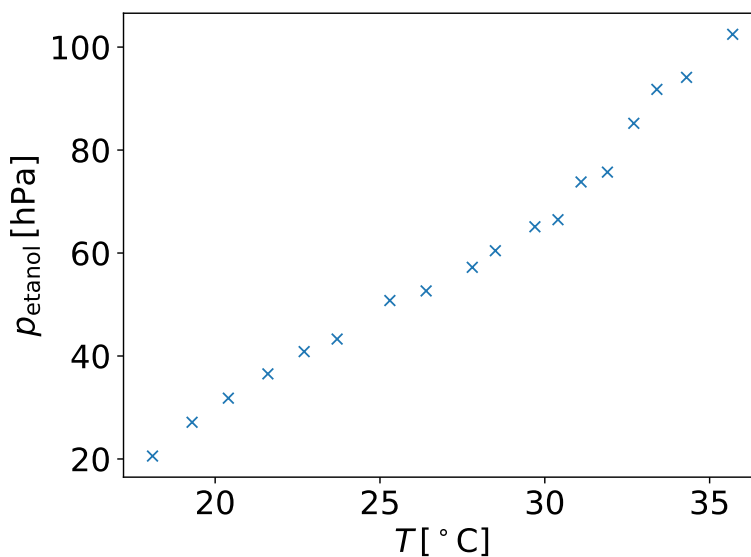
Sätter vi in detta i [10], tillsammans med $p_0 = 1013 \text{ mbar}$, $p_V = 23 \text{ mbar}$, $\rho_V = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,82 \text{ m/s}^2$, och starttemperatur $T_1 = 20,6^\circ\text{C} = 293,45\text{K}$ får vi (med mbar som tryckenhet):

$$\begin{aligned}
 p_E &= 1013 + 0,982\Delta h_2 - 23 - \frac{T_2}{293,75} \frac{560+11}{560+11-3+\pi \cdot 0,3^2 \cdot \frac{\Delta h_2 - 2,5}{2}} (1013 + 0,982 \cdot 2,5 - 23) \\
 &= 990 + 0,982\Delta h_2 - \frac{T_2}{293,75} \frac{571}{568+\pi \cdot 0,3^2 \cdot \frac{\Delta h_2 - 2,5}{2}} \cdot 992,455,
 \end{aligned} \tag{12}$$

där Δh_2 skall anges i cm för att varje tryckterm ska få enheten mbar. (Termerna som innehåller vätsketryck ρgh får ju enheten Pa (10^{-5} bar) om SI-enheter används, men om h anges i cm blir svaret i cPa (10^{-7} bar) istället, så vill vi ha mbar (10^{-3} bar) måste vi dividera termen med 10 000, vilket förklarar faktorn $0,982 = \frac{1000 \cdot 9,82}{10000}$ i formeln.)

T [°C]	Δh [cm]	P_{etanol} [hPa] enligt ekvation 12
18,1	25,4	20,6
19,3	34,0	27,1
20,4	40,8	31,8
21,6	47,9	36,5
22,7	54,4	40,8
23,7	59,1	43,3
25,3	69,5	50,8
26,4	74,0	52,6
27,8	81,5	57,2
28,5	86,0	60,5
29,7	93,0	65,1
30,4	96,0	66,5
31,1	103,8	73,8
31,9	107,5	75,7
32,7	117,3	85,2
33,4	124,5	91,8
34,3	128,8	94,1
35,7	139,3	102,5

Tabell 1: Mätdata.



Figur 2: Graf över mätdata i tabell 1.

Felkällor:

En uppenbar felkälla är att vi mäter temperaturen på vattenbadet, och sedan antar att gasen inne i behållaren har samma temperatur som vattnet. Det borde rimligen vara något svalare i gasen än i

vattnet, eftersom vattnet har högre temperatur än rumstemperaturen.

Därtill är det svårt att avgöra när jämvikt inträtt och vätskenivåerna i manometern stabiliserat sig. Helst skulle man ha velat vänta längre tid mellan varje mätning, om omständigheterna medgett detta.

Men den viktigaste felkällan är förmodligen att etanol kan kondensera på slangens innersida där temperaturen är lägre än i vattenbadet. Enligt lagen om den kalla väggen är mättnadstrycket ej högre än det värde som svarar mot temperaturen hos behållarens kallaste vägg. Detta kan ha gjort att värdena på etanolens mättnadstryck vid samtliga uppmätta temperaturer underskattas.

En annan möjlig felkälla är att en del luft kan ha smitit ut ur behållaren då etanolen infördes. I så fall är värdet på p_1 felaktigt, och beräkningarna av luftens tryck vid tillstånd 2 påverkas, vilket i sin tur inverkar på slutresultatet.