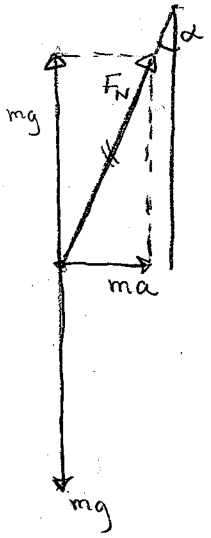
V2. Om bilen hade kört med konstant hastighet (likf. rörelse) hade förstås pendelns jämviktsläge varit längs lodlinjen, och periodtiden är $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

Då bilen accelererar med $a = xg$ får vi följande jämviktsläge

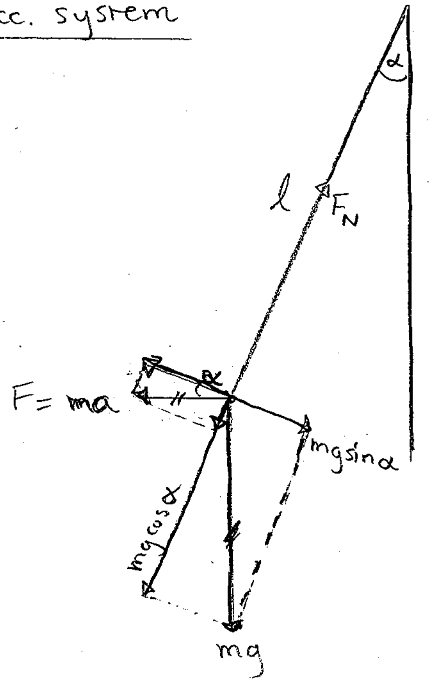
I inertialsystem:



Här ser vi att

$$\tan\alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{xg}{g} = x$$

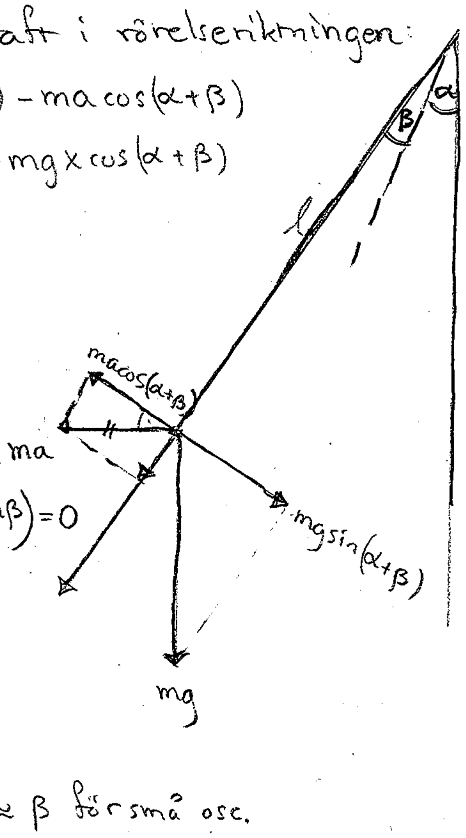
I acc. system



Små oscillationer kring detta läge:

Accelererande kraft i rörelseriktningen: blir $mg\sin(\alpha+\beta) - ma\cos(\alpha+\beta)$

$= mg\sin(\alpha+\beta) - mgx\cos(\alpha+\beta)$



Vi får alltså

$$ml\frac{d^2\beta}{dt^2} = -\left[mg\sin(\alpha+\beta) - mgx\cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$l\beta''(t) + g\left(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - x\cos\alpha\cos\beta + x\sin\alpha\sin\beta\right) = 0.$$

$x = \tan\alpha$ ger

$$l\beta''(t) + g\left(\cancel{\sin\alpha\cos\beta} + \cos\alpha\sin\beta - \frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}}\cancel{\cos\alpha}\cancel{\cos\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha\sin\beta\right) = 0$$

$$l\beta''(t) + g\sin\beta\left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = 0$$

$$l\beta''(t) + g\sin\beta\left(\cos\alpha + \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos\alpha}\right) = 0$$

$$l\beta''(t) + g\sin\beta\cdot\frac{1}{\cos\alpha} = 0$$

Från $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha = 1 + x^2$, och $\sin\beta \approx \beta$ för små osc.

får vi

$$\beta''(t) + \underbrace{\boxed{\frac{g}{l}\sqrt{1+x^2}}}_{\omega^2}\beta(t) = 0$$

Så

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sqrt{1+x^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\frac{1}{(1+x^2)^{1/4}} = T_0\frac{1}{(1+x^2)^{1/4}}$$

dvs $T < T_0$, snabbare svängningar