Övningar för finalister i Wallenbergs fysikpris

10 mars 2015

Läsa tegelstensböcker i all ära, men inlärning sker som mest effektivt genom att själv öva på att lösa problem. Du kanske har upplevt under gymnasiet att det mesta i fysiken varit lätt och att du förstått allt direkt efter att du läst det. I så fall kan det till en början kännas jobbigt när det plötsligt blir väldigt svårt. Det gäller att inte ge upp utan acceptera att även du som är duktig i fysik behöver anstränga dig hårt för att utvecklas.

Problemen nedan är till för att hjälpa dig som på egen hand vill studera inför finalen i Wallenbergs fysikpris och senare Internationella fysikolympiaden. De är av blandad svårighetsgrad: några kanske är lätta även för dig som bara läst Fysik 1, medan några är väldigt svåra även för den som läst fysik på universitetet några år. Ge uppgifterna den tid det tar och försök själv övertyga dig om att ditt svar är rätt innan du bläddrar till facit. Nöj dig inte med rätt svar utan fundera igenom hur lösningsgången är innan du går vidare. Ta hjälp av boken och lästipsen om det behövs, men glöm inte att lära dig nödvändiga formler utantill (på olympiaden är formelsamling inte tillåtet).

1 Mekanik

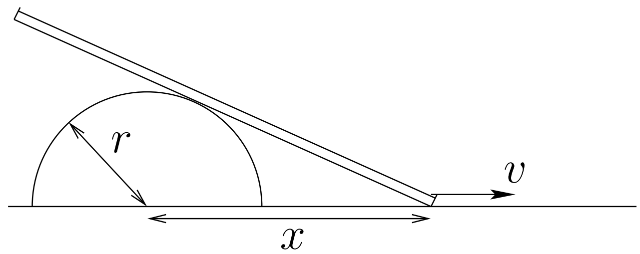
M1. Betrakta problemet att uttrycka vinkelhastigheten ω för staven i figuren som funktion av r, x och v. Utan att lösa problemet, avgör vilket av följande svar som kan vara korrekt:

(a) $\omega = \frac{v}{x}\frac{r}{\sqrt{x^2-r^2}}$

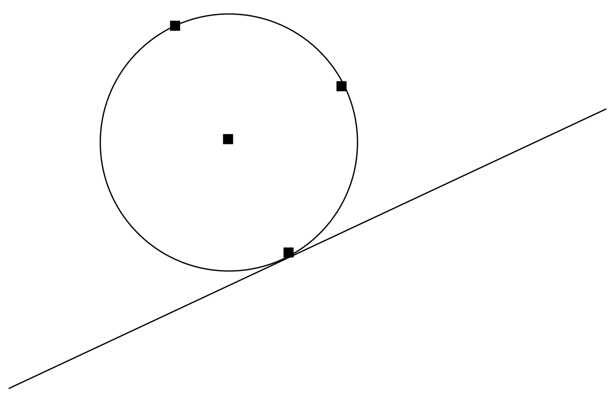
(b) $\omega = \frac{v}{r}\frac{x}{\sqrt{x^2-r}}$

(c) $\omega = \frac{v}{r}\frac{x}{\sqrt{x^2-r^2}}$

(d) $\omega = \frac{v^2}{x^2}\frac{r}{\sqrt{x^2-r^2}}$



M2. Betrakta en boll som rullar utan att glida nerför ett lutande plan.
(a) Rita skalenliga hastighetsvektorer för de fyra markerade punkterna.
(b) Rita skalenliga accelerationsvektorer för de fyra punkterna.
Vektorerna ska ritas som de ses av en betraktare i vila på planet.



M3. En gräshoppa vill hoppa över en cylindrisk stock med radie R. Vilken är den lägsta utgångshastigheten v_{min} gräshoppan måste ha för att kunna göra det, utan att landa eller studsa på stocken? Finn själv optimal utgångsvinkel och startavstånd från stocken.

M4. Nedan visas ett foto som togs på ett Öresundståg när det bromsade in på stationen. Hålet mellan de båda fönsterglasen innehåller vatten. Gör lämpliga mätningar i figuren och uppskatta tågets acceleration. (Uppgiften är inte särskilt svår att lösa med Fysik 1-metoder, men använd istället ett accelererande koordinatsystem och behandla uppgiften som ett statikproblem för att vänja dig vid det tankesättet.)

M5. Beräkna masscentrum för (a) en halvcirkelskiva med radie r, (b) en triangelskiva med bas b och höjd h (sök masscentrum längs höjdlinjen), (c) en rak cirkulär kon med basradie r och höjd h. Alla kropparna antas vara homogena.

M6. En hamster befinner sig på insidan av ett hjul med radien r, som är mycket större än hamstern och kan antas ha homogen yta (det vill säga har inga ”fotfästen”). Hamsterns något elaka ägare bestämmer sig då för att snurra hjulet så att hamstern åker runt. Vad är den minsta friktionskoefficienten μ mellan hamstern och hjulet som krävs för att hamstern ska ha kontakt med hjulet hela varvet runt, givet hjulets vinkelhastighet ω?

M7. Beräkna tröghetsmomentet för

a) en smal stång med massan m och längden L med avseende på en axel genom masscentrum (som är vinkelrät mot stången)

b) en smal stång med massan m och längden L med avseende på en axel genom stavens ena ändpunkt (som är vinkelrät mot stången). Gör beräkningen dels utifrån definitionen av tröghetsmoment och dels med hjälp av resultatet i a) och parallellaxelteoremet (Steiners sats).

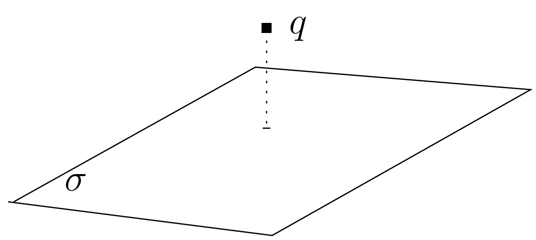
c) en tunn cirkelskiva med massan m och radien R med avseende på en axel genom masscentrum (som är vinkelrät mot skivan).

Se figur.

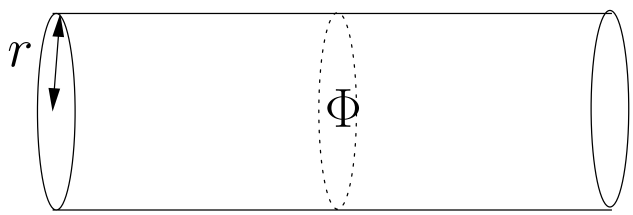
M8. En sfär, en homogen cylinder och en ihålig cylinder, vardera med massan m och radien r, släpps utan begynnelsehastighet nerför ett lutande plan. Antag rullning utan glidning. Vilken av kropparna rullar fortast?

2 Ellära och elektromagnetism

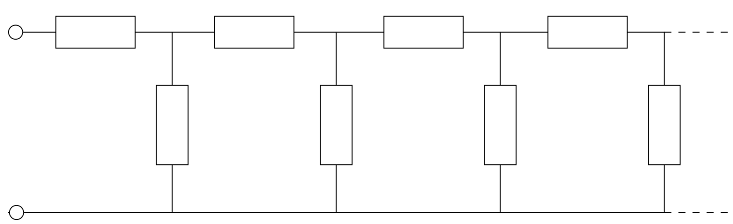
E1. Betrakta en punktladdning q ovanför ett oändligt plan med ytladdningsdensiteten σ. Bestäm kraften som verkar på q till storlek och riktning.



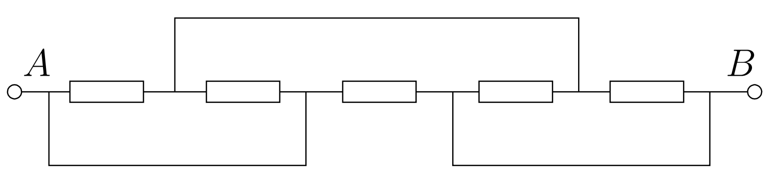
E2. (IPhO 2012) Betrakta ett supraledande rör med radien r som genomströmmas av det magnetiska flödet Φ. Gör ett tänkt tvärsnitt i röret och bestäm storleken av kraften mellan de båda rörstyckena.
Tips: Vad är energitätheten i ett magnetfält?



E3. (IPhO 1967) Beräkna ersättningsresistansen för det oändliga nätet i figuren nedan. Alla resistorer är identiska och har resistansen R.



E4. (IPhO 1996) Beräkna ersättningsresistansen mellan punkterna A och B i figuren nedan. Alla resistorer är identiska och har resistansen R.



3 Våglära och optik

V1. En kokosnöt (som kan betraktas som ett homogent klot med radien r och massan m) hänger i en palm och får en tillfällig knuff av vinden. Vad blir periodtiden för små svängningar i fallen

a) nöten sitter direkt på en fix gren,

b) nöten är upphängd på en lätt stjälk med längden L?

V2. En punktformad pendel är upphängd i ett lätt snöre med längden L i en bil som gasar med accelerationen $a = xg$, där x är ett dimensionslöst tal. Beräkna periodtiden för små svängningar kring jämviktsläget. Är den större eller mindre än om bilen hade kört med konstant hastighet?

V3. En elektromagnetisk våg ger upphov till ett elektriskt fält enligt ekvationen

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx + \omega t)$$

a) Vad är våglängden?

b) Vad är vågens hastighet?

c) Rör sig vågen i positiv eller negativ riktning längs x-axeln?

4 Relativitet

R1. (Physics Cup 2012.9) En elektron, som från början är i vila, accelereras av en spänning $U = km_0c^2/e$, där k är ett dimensionslöst tal. Elektronen träffar en positron (som är i vila), varvid de annihileras och bildar två fotoner. Vad är den minsta möjliga vinkeln θ mellan de båda fotonernas riktningar?

Svar och ledningar

Mekanik

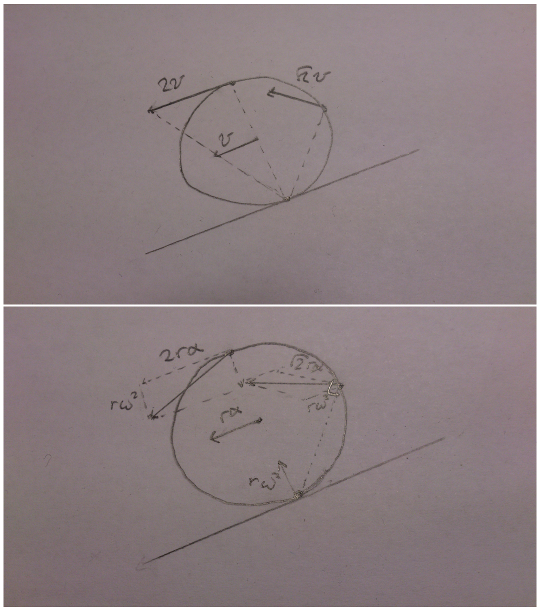
M1. (a)

M2. Se figur

M3. $v_{\min} = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)Rg}$ Ledning: Gräshoppan behöver inte tangera stockens högsta punkt. Genom att hoppa lite högre kan den också krypa lite närmare innan den hoppar.

M4. $a = g\tan\theta \approx g/9$, där θ är vattenytans vinkel mot horisontalplanet.

M5. a) $x = \frac{4r}{3\pi}$



b) $y = \frac{h}{3}$ ($y = 0$ på basen, y-axeln riktad mot hörnet). Motsvarande går att göra för triangelns övriga höjder för att på så sätt bestämma masscentrums båda koordinater.

c) $z = \frac{h}{4}$ ($z = 0$ på konens botten)

M6. $\mu_{\text{min}} = \frac{g}{\sqrt{r^2\omega^4 - g^2}}$ Ledning: Använd ett roterande koordinatsystem och lägg till tröghetskraften $mr\omega^2$. Vad är den maximala vinkeln mellan friktionskraften och normalkraften innan hamstern börjar glida?

M7. a) $\frac{1}{12}mL^2$

b) $\frac{1}{3}mL^2$ Ledning: Använd svaret i a) och Steiners sats.

c) $\frac{1}{2}mR^2$

M8. Sfären (den har minst tröghetsmoment).

Ellära och elektromagnetism

E1. $F = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$

E2. $T = \frac{\Phi^2}{2\mu_0\pi r^2}$

E3. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}R$

E4. $\frac{R}{2}$

Våglära och optik

V1. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{7r}{5g}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}r^2+(L+r)^2}{(L+r)g}}$

V2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{1}{(x^2+1)^{1/4}} < 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

V3. a) $\frac{2\pi}{k}$

b) $\frac{\omega}{k}$

c) Negativ riktning

Relativitet

R1. $\theta = 2\arccos\sqrt{\frac{k}{k+2}}$