WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING

26 januari 2023

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG KVALTÄVLINGEN 2023

1. a) Strömmen ges av: $I = \frac{P_{\mathrm{EU}}}{U_{\mathrm{EU}}} = \frac{2000}{230}\mathrm{A} = 8{,}7\mathrm{A}.$

   b) Om vi antar att resistansen är konstant i värmaren får vi att $R = \frac{U_{\mathrm{EU}}^2}{P_{\mathrm{EU}}}$ med $U_{\mathrm{EU}} = 230\mathrm{V}$ och effekten i USA enligt: $P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{U_{\mathrm{EU}}^2} P_{\mathrm{EU}} = \frac{110^2}{230^2} 2000\mathrm{W} = 460\mathrm{W}.$

   Svar: Säkringen i Sverige skall klara minst 8,7A. I USA ger värmaren effekten 460W.

2. a) ${}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{7}_{3}\mathrm{Li}$

   b) Vid reaktionen frigörs energin:
   $$\Delta E = \Delta mc^2 = (10{,}0129369 + 1{,}00866 - 4{,}00260 - 7{,}01600) \cdot 931{,}49\ \mathrm{MeV}$$
   $$= 2{,}795\mathrm{MeV}$$
   Den totala rörelseenergin blir: $E_{\mathrm{k,tot}} = \Delta E - E_\gamma = (2{,}796 - 0{,}48)\mathrm{MeV} = 2{,}316\mathrm{MeV}$
   Med massorna och hastigheterna för He (m_{He} och v_{He}) och Li (m_{Li} och v_{Li}) ges den total rörelseenergin av $E_{\mathrm{k,tot}} = E_{\mathrm{k,He}} + E_{\mathrm{k,Li}} = \frac{m_{He}v_{He}^2}{2} + \frac{m_{Li}v_{Li}^2}{2}$ (1).
   Rörelsemängden bevaras $p = 0$ ger $m_{He}v_{He} = m_{Li}v_{Li}$ (2)
   Rörelsemängden för fotonen är mycket mindre än för nukliderna och kan därmed försummas.

   Vi kan formulera (2) så att:
   $$m_{He}\frac{m_{He}v_{He}^2}{2} = m_{Li}\frac{m_{Li}v_{Li}^2}{2}$$
   $\frac{m_{\mathrm{He}}}{m_{\mathrm{Li}}} E_{\mathrm{k,He}} = E_{\mathrm{k,Li}}$ som tillsammans med (1) ger $E_{\mathrm{k,tot}} = E_{\mathrm{k,He}}\left(1 + \frac{m_{\mathrm{He}}}{m_{\mathrm{Li}}}\right)$ varmed
   $E_{\mathrm{k,He}} = \frac{E_{\mathrm{k,tot}}}{\left(1+\frac{m_{\mathrm{He}}}{m_{\mathrm{Li}}}\right)} = \frac{2{,}316}{1+\frac{4}{7}}\mathrm{MeV} = 1{,}47\mathrm{MeV}$ och $E_{\mathrm{k,Li}} = 1{,}47 \cdot \frac{4}{7}\mathrm{MeV} = 0{,}84\mathrm{MeV}.$

   Svar: Rörelseenergierna för He och Li är 1,5MeV och 0,84MeV.

3. När den varma vätskan placeras i kalorimetern kommer en del av isen att smälta. Om vi bortser från värmeförluster blir energibalanen i kalorimetern ($E_{\text{vätska}} = E_{\text{smält is}}$): $cm\Delta T = l_s \Delta m$,
där c är den sökta värmekapaciteten, m massan på vätskan, ΔT temperaturminskningen av vätskan, l_s är isens smältentalpitet och Δm är den is som smält.
När det råder termisk jämvikt i kalorimetern är temperaturen $0°\text{C}$, varmed $\Delta T = 95 - 0°\text{C}$.
Då isen med densiteten ρ_{is} smälter omvandlas den till vatten med en högre densitet, ρ_{vatten}. Skillnaden i volym ges av:
$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho_{\text{vatten}}} - \frac{\Delta \text{m}}{\rho_{is}}$ och har angetts som 11mm^3. Vi får alltså Δm enligt:
$\Delta m = \frac{\Delta V}{\frac{1}{\rho_{\text{vatten}}} - \frac{1}{\rho_{\text{is}}}} = \frac{11 \cdot 10^{-9}}{\frac{1}{998} - \frac{1}{917}}\text{kg} = -1{,}2 \cdot 10^{-4}\text{kg}$, vilket alltså betyder att 0,12g is smält.

Den specifika värmekapaciteten fås enligt:
$c = \frac{l_s \Delta m}{m \Delta T} = \frac{334 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4}}{1{,}95 \cdot 10^{-3} \cdot 95} \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 224 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$,

Svar: Vätskans specifika värmekapacitet är $224 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$.

4. Gitterekvationen för första maximat för C-60-molekylerna:
$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$, där $d = 100 \text{ nm}$ är gitterkonstanten och θ avlänkningsvinkeln. Mätning i figuren ger att avståndet mellan de två små topparna är ca 70 μm, varmed
$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{35 \cdot 10^{-6}}{1{,}2}$ och $\lambda = d \cdot \sin\theta = \frac{100 \cdot 10^{-9} \cdot 35 \cdot 10^{-6}}{1{,}2}\text{m} = 2{,}92 \cdot 10^{-12}\text{m}$

Massan av 60 kolatomer: $m = 60 \cdot 12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\text{kg} = 1{,}195 \cdot 10^{-24}\text{kg}$.
De Broglies relation, $\lambda = \frac{h}{mv}$, ger $v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}195 \cdot 10^{-24} \cdot 2{,}92 \cdot 10^{-12}}\text{m/s} = 190\text{m/s}$

Svar: C-60 molekylernas hastighet är 190m/s.

5. Teleskopet skall ha samma omloppstid runt solen som jorden har runt solen med gravitationskraften, $\frac{GMm}{R^2}$, som enda kraft, där *m* är jordens massa, *M* är solens massa, *R* är avståndet mellan jorden och solen (1 AU) och *T* är omloppstiden (1år).
För jorden gäller alltså att gravitationskraften ger centripetalkraften:
$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} = \frac{m4\pi^2 R}{T^2}$ så att $T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}$ (1)
Avståndet mellan teleskopet och jorden kallar vi xR. På teleskopet verkar både gravitationskraften från jorden $\left(\frac{Gmm_s}{(xR)^2}\right)$och från solen $\left(\frac{GMm_s}{(R+xR)^2}\right)$. På liknande sätt som för jorden gäller för teleskopet med massan m_t :
$\frac{GMm_t}{(R+xR)^2} + \frac{Gmm_t}{(xR)^2} = \frac{m_t 4\pi^2(R+xR)}{T^2}$,
där T^2 är samma som för jorden enligt (1) ovan, varmed:
$\frac{GMm_\mathrm{t}}{(R+xR)^2} + \frac{Gmm_\mathrm{t}}{x^2R^2} = \frac{GMm_\mathrm{t}4\pi^2(R+xR)}{4\pi^2R^3}$.
Förenkling (multiplicera med $\frac{R^2}{GMm_\mathrm{t}}$, förkorta $4\pi^2$ i högerledet) ger
$\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{m/M}{x^2} = (1 + x)$.
Med $\frac{m}{M} = \frac{5{,}975 \cdot 10^{24}}{1{,}989 \cdot 10^{30}} = 3{,}00 \cdot 10^{-6}$ får vi den numeriska lösningen: $x = 0{,}010$ vilket ger $xR = 0{,}010\mathrm{AU} = 1{,}5 \cdot 10^6$ km.

Svar: Teleskopet befinner sig 1,5 miljoner km från jorden.

6. a) Accelerationen begränsas av friktionen eller motoreffekten.

Friktionen ger $F_{\text{max}} = \mu \frac{m}{2} g$ och $a_{\text{max}} = \frac{\mu g}{2}$ vid låga hastigheter. Observera att endast halva bilens massa ligger på drivhjulen.
Vid högre hastigheter ger effekten $F_{\text{max}} v = P$ maximal acceleration $a_{\text{max}} = \frac{P}{mv}$.
Brytpunkten fås då
$\frac{\mu g}{2} = \frac{P}{m v_1}$, dvs. $v_1 = \frac{2P}{\mu m g} = \frac{2 \cdot 89 \cdot 10^3}{0{,}80 \cdot 1545 \cdot 9{,}82} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14{,}66 \text{m/s}$.
Tiden det tar att uppnå hastigheten v_1 sker med konstant acceleration:
$t_1 = \frac{2 \cdot v_1}{\mu g} = \frac{2 \cdot 14{,}66}{0{,}8 \cdot 9{,}82} \text{s} = 3{,}734$ s.
Under den andra delen av accelerationen gäller energibalansen: $E_{\text{el}} = \Delta E_{\text{k}}$ vilket ger
$P\, t_2 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$ (1)
och $t_2 = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2P} = \frac{1545 \cdot (27{,}78^2 - 14{,}66^2)}{2 \cdot 89 \cdot 10^3} \text{s} = 4{,}831$s.

Totala tiden blir t_3 =8,6s.

b) Sträckan för accelerationen med konstant acceleration ges av
$s_1 = \frac{\frac{\mu}{2} g t_1^2}{2} = \frac{0{,}4 \cdot 9{,}82 \cdot 3{,}734^2}{2} \text{m} = 27{,}38$m.
För rörelsen med konstant effekt ges hastigheten enligt (1) av $v(t) = \sqrt{v_1^2 + \frac{2Pt}{m}}$,
där *t* räknas efter t_1.
Arean under grafen (integralen) ger $s_2 = \int_0^{t_2} \sqrt{v_1^2 + \frac{2Pt}{m}} dt =$
$\left[\left(v_1^2 + \frac{2Pt}{m}\right)^{3/2} \left(\frac{m}{3P}\right)\right]_0^{t_2} = \left(14{,}66^2 + \frac{2 \cdot 89 \cdot 10^3 \cdot 4{,}831}{1545}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1545}{3 \cdot 89 \cdot 10^3}\right) -$
$14{,}66^3 \left(\frac{1545}{3 \cdot 89 \cdot 10^3}\right)$ =105,77m.

Svar: Den totala tiden att accelerera är 8,6s vilket tarvar sträckan $s_1 + s_2 = 133$m.