# Månadens problem – JANUARI 2013

# Lösningsförslag

1. Vi antar att 75 W-lampan hade sådana egenskaper att de sju seriekopplade julgranslamporna lös som vanligt, det vill säga med effekten 3 W och med spänningen 14 V över vardera lampa. Strömmen genom en julgranslampa fås då ur

$$P = UI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{3}{14}\ \mathrm{A} = 0{,}214\ \mathrm{A}.$$

Strömmen genom 75 W-lampan var lika stor eftersom den var seriekopplad. Spänningen över 75 W-lampan bör då ha varit

$$127\ \mathrm{V} - 7 \cdot 14\ \mathrm{V} = 29\ \mathrm{V},$$

och den sökta effekten var

$$P = UI = 29\ \mathrm{V} \cdot 0{,}214\ \mathrm{A} = 6{,}2\ \mathrm{W}.$$

**Svar:** 6 W

2. (a) Elektronernas hastighet när de lämnar elektronkanonen fås ur (minskningen av elektrisk lägesenergi är lika stor som ökningen av rörelseenergin)

$$q_e U_{acc} = \frac{mv^2}{2},$$

vilket ger

$$v = \sqrt{\frac{2q_e U_{acc}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}0 \cdot 10^3}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}}\ \mathrm{m/s} = 2{,}65 \cdot 10^7\ \mathrm{m/s}. \qquad (1)$$

Hastigheten är mindre än 10 % av ljushastigheten, så vi behöver inte räkna relativistiskt. Vi antar sedan att elektronerna rör sig med samma fart tills de kommer in mellan plattorna. Vi antar vidare att det elektriska fältet mellan plattorna är homogent och att fältstyrkan utanför plattorna är noll (så att elektronerna inte börjar böja av i $y$-led förrän de kommer in mellan plattorna). Den elektriska fältstyrkan mellan plattorna är

$$E = \frac{U}{d} = \frac{2{,}0 \cdot 10^3}{0{,}055}\ \mathrm{V/m} = 36{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{V/m}. \qquad (2)$$

Nu följer vi en elektrons rörelse. Den elektriska kraften på en elektron som befinner sig mellan plattorna är

$$F = q_\mathrm{e}E = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 36{,}4 \cdot 10^{3}\ \mathrm{N} = 5{,}83 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}. \tag{3}$$

Accelerationen i $y$-led kan bestämmas med hjälp av Newtons andra lag:

$$R = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{R}{m} = \frac{5{,}83 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}\ \mathrm{m/s^2} = 6{,}40 \cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2}. \tag{4}$$

(Notera att accelerationen på grund av det elektriska fälet är ca $10^{15}$ gånger större än tyngdaccelerationen!) Tiden det tar för en elektron att röra sig 7,0 cm i $x$-led fås ur

$$x = v_{0x}t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{0{,}070}{2{,}65 \cdot 10^{7}}\ \mathrm{s} = 2{,}64 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s}. \tag{5}$$

Sökta läget i $y$-led är således

$$y = v_{0y}t + \frac{at^2}{2} = \left(0 + \frac{6{,}40 \cdot 10^{15} \cdot (2{,}64 \cdot 10^{-9})^2}{2}\right)\ \mathrm{m} = 0{,}022\ \mathrm{m}. \tag{6}$$

(b) Insättning av $x = b$ och uttrycket (1) för hastigheten i $x$-led i uttrycket (5) för tiden ger, efter kvadrering,

$$t^2 = \frac{x^2}{v_{0x}^2} = \frac{b^2}{\frac{2q_\mathrm{e}U_\mathrm{acc}}{m}} = \frac{b^2 m}{2q_\mathrm{e}U_\mathrm{acc}}. \tag{7}$$

Insättning av (2) och (3) i (4) ger ett uttryck för accelerationen:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{q_\mathrm{e}E}{m} = \frac{q_\mathrm{e}}{m} \cdot \frac{U}{d}. \tag{8}$$

Insättning av (7) och (8) i (6) ger till sist ett utryck för avböjningen:

$$y = 0 + \frac{at^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_\mathrm{e}U}{md} \cdot \frac{b^2 m}{2q_\mathrm{e}U_\mathrm{acc}} = \frac{b^2}{4d} \cdot \frac{U}{U_\mathrm{acc}}.$$

Avböjningen beror alltså inte av elektronernas massa eller laddning.

**Svar:** (a) 2,2 cm