



Månadens problem – FEBRUARI 2013

Lösningförslag

1. (a) Vi räknar på vad som händer under en timme. Snösmältaren hinner då köra 1 400 m. Volymen av den snö som borstas upp är

$$V = 0,1 \cdot (2,5 + 2,5) \cdot 1400 \text{ m}^3 = 700 \text{ m}^3.$$

Denna mängd snö har massan

$$m = \rho V = 0,07 \cdot 10^3 \cdot 700 \text{ kg} = 49 \cdot 10^3 \text{ kg}.$$

Energien som behövs för att värma snön till 0 °C och smälta den ges av

$$W = cm\Delta T + c_s m = (2,2 \cdot 10^3 \cdot 49 \cdot 10^3 \cdot 5 + 334 \cdot 10^3 \cdot 49 \cdot 10^3) \text{ J} = 16,9 \cdot 10^9 \text{ J}.$$

Mängden deisel som går åt ges av

$$\frac{16,9 \cdot 10^9 \text{ J}}{44 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 384 \text{ kg}.$$

Sökta dieselvolymen ges till sist av

$$\frac{384 \text{ kg}}{0,81 \text{ kg/liter}} = 474 \text{ liter}.$$

- (b) Uppsamlingsbassängen rymmer enligt tidningsartikeln 50 kubikmeter. I (a)-uppgiften fann vi att snön som samlas in under en timme har massan $49 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Motsvarande smältvatten har volymen

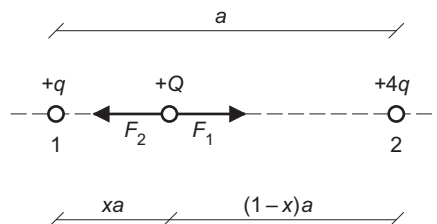
$$\frac{49 \cdot 10^3 \text{ kg}}{998 \text{ kg/m}^3} = 49,1 \text{ m}^3.$$

Tiden till första tömning ges av

$$\frac{50 \text{ m}^3}{49,1 \text{ m}^3/\text{h}} = 1,02 \text{ h}.$$

Svar: (a) 470 liter (b) Ungefär en gång i timmen.

2. (a) Q_3 måste placeras på linjen som sammanbinder Q_1 och Q_2 . Vi låter avståndet från Q_3 till Q_1 vara xa och avståndet från Q_3 till Q_2 $(1-x)a$.



Sammanlagda kraften på Q_3 ska vara noll, vilket ger

$$k \frac{qQ}{x^2 a^2} = k \frac{4qQ}{(1-x)^2 a^2},$$

där k är konstanten i Coulombs lag och Q är Q_3 's laddning. Omflyttning ger ekvationen

$$(1-x)^2 = 4x^2,$$

som kan skrivas om till

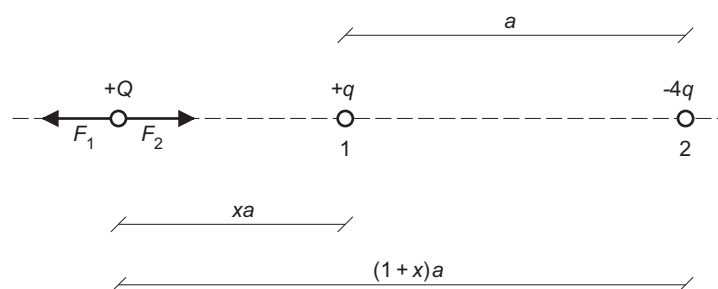
$$x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0.$$

Löser vi denna andragradsekvation får vi

$$x = -\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}.$$

Endast den positiva roten, $x = \frac{1}{3}$, är intressant. Q_3 ska alltså placeras $\frac{a}{3}$ från Q_1 och $\frac{2a}{3}$ från Q_2 .

- (b) Nu måste Q_3 placeras på förlängningen av en linje mellan Q_1 och Q_2 . Vi låter avståndet från Q_3 till Q_1 vara xa och avståndet från Q_3 till Q_2 $(1+x)a$.



Sammanlagda kraften på Q_3 ska vara noll, vilket ger

$$k \frac{qQ}{x^2 a^2} = k \frac{4qQ}{(1+x)^2 a^2},$$

där k är konstanten i Coulombs lag och Q är Q_3 's laddning. Omflyttning ger ekvationen

$$(1+x)^2 = 4x^2,$$

som kan skrivas om till

$$x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0.$$

Löser vi denna andragradsekvation får vi

$$x = \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}.$$

Endast den positiva roten, $x = 1$, är intressant. Q_3 ska alltså placeras a från Q_1 och $2a$ från Q_2 .

Svar: (a) På avståndet $\frac{a}{3}$ från Q_1 och $\frac{2a}{3}$ från Q_2 . (b) På avståndet a från Q_1 och $2a$ från Q_2 .