Månadens problem – APRIL 2013

Lösningsförslag

1. (a) Sökta förflyttningarna ges av arean under v-t-grafen som kan uppskattas med hjälp av trianglar och rektanglar enligt

$$\Delta s_{0-0,5} = \frac{0{,}50 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}34}{2} \text{ m} = 0{,}09 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta s_{0-1,0} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}90}{2} \text{ m} = 0{,}45 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta s_{0-1,5} = \left(\frac{1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}13}{2} + 0{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}28 \right) \text{ m} = 1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

(b) Accelerationen är som störst när v-t-grafen är som brantast, det vill säga ungefär vid 0,55 ms. Accelerationen ges av tangentens lutning i den punkten

$$a = \frac{(0{,}73 - 0) \text{ m/s}}{(0{,}80 - 0{,}20) \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 1{,}2 \cdot 10^{3} \text{ m/s}^2.$$

Detta är $\frac{1{,}2 \cdot 10^3}{9{,}8} \approx 120$ gånger större än tyngdaccelerationen!

(c) Accelerationen ges av tangentens lutning i origo

$$a = \frac{(0{,}38 - 0) \text{ m/s}}{(0{,}80 - 0) \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 0{,}48 \cdot 10^{3} \text{ m/s}^2.$$

(d) Efter 1,2 s ökar inte längre hastigheten vilket innebär att loppan där släpper kontakten med underlaget. Loppan kommer alltså att göra ett upphopp med utgångshastigheten 1,3 m/s. Vi antar att hoppet är vertikalt och att luftmotstånd kan försummas. Hopphöjden fås då ur (positiv riktning uppåt)

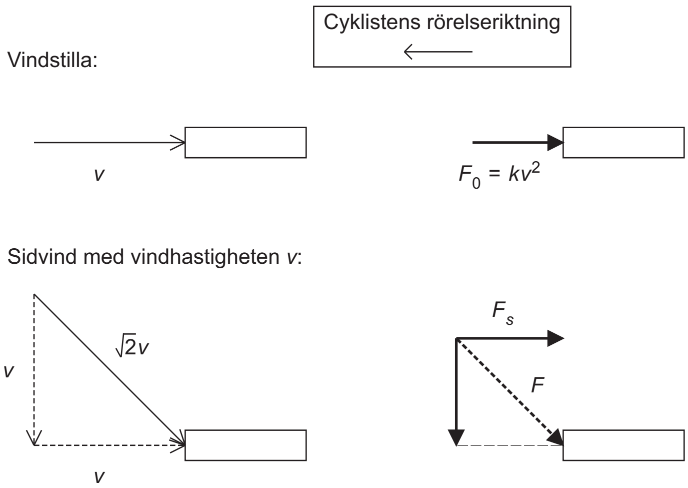
$$2as = v^2 - v_0^2 \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 1{,}3^2}{2 \cdot (-9{,}82)} \text{ m} = 0{,}09 \text{ m}.$$

I artikeln som det refereras till i uppgiften står att loppor av den undersökta arten kan hoppa upp till 90 mm upp i luften. En medelloppa hoppar upp 60-70 mm. Dessa siffror är i linje med resultatet från beräkningen. Det finns dock andra lopparter som kan hoppa betydligt högre, över 3 dm upp i luften.

Svar: (a) 0,09 mm, 0,45 mm respektive 1,1 mm. (b) 1,2 km/s^2 (c) 0,48 km/s^2 (d) 9 cm.

2. När det är vindstilla och man cyklar med farten v är relativa vindhastigheten v och luftmotståndskraften $F_0 = kv^2$, där k är en proportionalitetskonstant. Om vi antar att den cyklade sträckan är s är det mot luftmotståndskraften uträttade arbetet

$$A_{\text{vindstilla}} = F_0\, s.$$



Blåser det sidvind enligt uppgiften blir relativa vindhastigheten $\sqrt{2}v$. Luftmotståndskraften är nu $F = k(\sqrt{2}v)^2 = 2kv^2 = 2F_0$.

Luftmotståndskraftens komposant i rörelseriktningen är

$$F_s = \frac{2F_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}F_0.$$

Det mot luftmotståndskraften uträttade arbetet är nu

$$A_{\text{sidvind}} = F_s\, s = \sqrt{2}F_0\, s = \sqrt{2}A_{\text{vindstilla}}.$$

Det är alltså 1,4 gånger (eller 40 %) jobbigare att cykla i sidvind än nŁr det Łr vindstilla.

Svar: 1,4 gånger