



## Månadens problem – MAJ 2013

1. I många situationer inom naturvetenskapen kan man inte göra noggranna beräkningar utan man måste nöja sig med grova uppskattningar. Det kan till exempel röra sig om att beräkna hur många stjärnor det finns i en avlägsen galax. Man har då bara tillgång på en mätning av ljusstyrkan med ganska stor onoggrannhet och måste göra antaganden om vilken ljusstyrka varje stjärna har. En sådan beräkning, eller snarare uppskattning, av antalet stjärnor har en ganska stor osäkerhet, och i de flesta fall kan man bara ange ungefär rätt tiopotens.

Vi ska nu i ett exempel visa hur man kan göra en uppskattning där målet endast är att komma fram till ett svar med rätt tiopotens.

**Exempel:** Hur många granar finns det i Småland?

**Lösning:** Utan att titta på en karta kan man anta att Småland är en kvadrat med sidan  $10^2$  km =  $10^5$  m (Sverige är ungefär 200 mil långt). Låt oss vidare anta att det är 10 m i genomsnitt mellan granarna och att hela Småland är täckt av skog. Vi får nu:

$$\text{Antal granar} \approx \frac{10^5 \cdot 10^5}{10 \cdot 10} = \frac{10^{10}}{10^2} = 10^8$$

Den här typen av uppskattningar kallas ibland *Fermi-beräkningar*, efter den italienske fysikerna Enrico Fermi (1901–1954).

- (a) Använd ovanstående sätt att resonera för att uppskatta hur många liter mjölk som produceras i Sverige under ett år.



Bild från [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cow\\_and\\_calf.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cow_and_calf.jpg)

(b) Hur många liter bensin tankas i svenska bilar under ett år?

(c) Hur många liter vatten finns det på jorden? Antag att allt vatten samlades ihop till en jättelik vattendroppe. Hur stor diameter skulle en sådan droppe ha? Jämför med jordens diameter.

Här finns en sevärd animerad film om Fermi-uppskattningar:

<http://ed.ted.com/lessons/michael-mitchell-a-clever-way-to-estimate-enormous-numbers>

2. Två små, lätta ringar är trädde på en horisontell stav. Ringarna är fritt rörliga längs med staven och sammanbundna med ett lätt snöre med längden  $a$ . En vikt fästs mitt på snöret. Låt friktionstalet mellan ringarna och staven vara  $\mu$ . Visa att det största möjliga avståndet mellan ringarna när vikten hänger stilla är  $\frac{\mu a}{\sqrt{1+\mu^2}}$ .