



Månadens problem – NOVEMBER 2013

Lösningförslag

1. (a) I diagrammet ser vi att en typisk höjd för ISS är 410 km. Detta avstånd i skala 1:42 000 000 blir $\frac{410 \cdot 10^3 \text{ m}}{42 \cdot 10^6} = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,0 \text{ cm}$.

Formelsamling eller annan källa ger att medelavståndet mellan jorden och månen är $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$, vilket i skala blir $\frac{3,84 \cdot 10^8 \text{ m}}{42 \cdot 10^6} = 9,2 \text{ m}$. Månens diameter är 3 476 km, vilket i skala blir $\frac{3,476 \cdot 10^3 \text{ m}}{42 \cdot 10^6} = 0,083 \text{ m} = 8,3 \text{ cm}$.

(b) Nej, astronauterna påverkas av en gravitationskraft som inte är så mycket mindre än på jordytan. Anledningen är att de svävar omkring är att de är i fritt fall. Tack vare en stor hastighet i sidled faller de dock inte ner på marken.

Gravitationskraften på en astronaut på jordytan kan skrivas $F_0 = G \frac{Mm}{r_j^2}$, där G är gravitationskonstanten, M jordens massa, m astronautens massa och r_j är jordens radie, som vi sätter till 6 376 km. På motsvarande sätt kan gravitationskraften på en astronaut vid ISS skrivas $F = G \frac{Mm}{(r_j + H)^2}$, där H är ISS höjd över jordytan. Vi får förhållandet

$$\frac{F}{F_0} = \frac{G \frac{Mm}{(r_j + H)^2}}{G \frac{Mm}{r_j^2}} = \frac{r_j^2}{(r_j + H)^2} = \frac{6367^2}{(6367 + 410)^2} = 0,88,$$

vilket innebär att gravitationskraften är 12 % mindre vid ISS.

(c) Antag att ISS gör en cirkelrörelse runt jorden med radien $r = (6367 + 410) \text{ km} = 6777 \text{ km}$. Newtons andra lag på ISS ger

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r},$$

vilket ger

$$\sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,777 \cdot 10^6}} \text{ m/s} = 7,7 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 28\,000 \text{ km/h}.$$

Tiden för ett varv är

$$\frac{2\pi \cdot 6,777 \cdot 10^6 \text{ m}}{7,7 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 92 \text{ minuter}.$$

(d) Om all rörelseenergi omvandlas till inre energi gäller att

$$\frac{mv^2}{2} = cM\Delta T,$$

vilket ger

$$\Delta T = \frac{mv^2}{2cM} = \frac{0,05 \cdot (10^4)^2}{2 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 10^3} \text{ K} = 5 \cdot 10^2 \text{ K}.$$

Vi ser alltså att 50 g rymdskrot kan åstadkomma en rejäl temperaturhöjning. Lokalt kan antagligen temperaurökningen bli ännu större.

(e) Det gäller att hålla munstycket i precis rätt läge och sikta åt rätt håll. När innehållet i brandsläckaren sprutar ut från munstycket kommer personen som håller i brandsläckaren att utsättas för en kraft. Om denna krafts riktninglinje inte går genom personens masscentrum kommer vederbörande att börja rotera, eftersom kraften då utövar ett vridmoment på personen.

Svar: (a) 1,0 cm; 9,2 m; 8,3 cm (b) 12 % (c) 28 000 km/h; 92 minuter (d) $5 \cdot 10^2 \text{ K}$.

2. (a) När vikten rör sig h nedåt kommer trissan att röra sig $\frac{h}{2}$ uppåt. Trissans hastighet är alltså hälften av viktens.

(b) Låt spännkraften i snöret vara S . Eftersom trissans hastighet är hälften av viktens, är trissans acceleration också hälften av viktens. Låt viktens acceleration vara a .

Newtons andra lag på trissan ger

$$S + S - 2mg = 2m \frac{a}{2} \Leftrightarrow 2S - 2mg = ma. \quad (1)$$

Newtons andra lag på vikten ger

$$3mg - S = 3ma. \quad (2)$$

Multiplikation av ekvation (2) med 2 och ledvis addition med ekvation (1) ger

$$4mg = 7ma \Leftrightarrow a = \frac{4}{7}g.$$

Insättning i ekvation (2) ger

$$S = 3mg - 3ma = 3mg - 3m \cdot \frac{4}{7}g = \frac{9}{7}mg.$$

Svar: (a) Trissans hastighet är hälften av viktens. (b) Spännkraften är $\frac{9}{7}mg$, viktens acceleration är $\frac{4}{7}g$.