Månadens problem – DECEMBER 2013

Lösningsförslag

1. Vi tänker oss att den undre skänkeln är stilla och att den övre påverkas av en kraft från handen med storleken 200 N. Välj momentpunkt vid sprinten som håller ihop nötknäckarens båda skänklar. Antag att en nöt placeras mellan tänderna längst till vänster, och låt kraften på nötens ovansida från den övre skänkeln vara F. Till denna kraft finns en reaktionskraft på skänkeln, F^*, som kan bestämmas med momentjämvikt enligt (betrakta den övre skänkeln)

$$F^* \cdot 2{,}3\ \text{cm} = 200\ \text{N} \cdot 13\ \text{cm} \quad \Rightarrow \quad F^* = 1{,}1 \cdot 10^3\ \text{N}.$$

Kraften på nöten är lika stor, $F = F^* = 1{,}1 \cdot 10^3$ N. Antag vidare att denna kraft är fördelad över en yta på nöten med arean $A = 1\ \text{mm} \times 3\ \text{mm} = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$. Trycket vid nötens ovansida blir då

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1{,}1 \cdot 10^3\ \text{N}}{3 \cdot 10^{-6}}\ \text{Pa} = 4 \cdot 10^8\ \text{Pa} \approx 4\,000\ \text{atm}.$$

Svar: Av storleksordningen 10^3 gånger atmosfärstrycket.

2. (a) Villkoret att kulan förlorar hälften av sin rörelseenergi i en studs ger

$$\frac{mv_{\text{efter}}^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mv_{\text{före}}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_{\text{efter}}}{v_{\text{före}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707.$$

(b) Kulan rör sig från ena plattan till den andra på tiden $\Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{7{,}5\ \text{s}}{2} = 0{,}188$ s. Om vi antar konstant acceleration gäller att

$$\frac{v_{\text{före}} + v_{\text{efter}}}{2} \Delta t = s,$$

där $s = (0{,}074 - 0{,}034)\ \text{m} = 0{,}040$ m är avståndet som kulan rör sig. Insättning av $v_{\text{efter}} = 0{,}707 v_{\text{före}}$ ger

$$\frac{v_{\text{före}} + 0{,}707 v_{\text{före}}}{2} \Delta t = s,$$

vilket ger

$$v_{\text{före}} = \frac{2s}{1{,}707\,\Delta t} = \frac{2 \cdot 0{,}040}{1{,}707 \cdot 0{,}188}\ \text{m/s} = 0{,}250\ \text{m/s},$$

och vi får $v_{\text{efter}} = 0{,}707 v_{\text{före}} = 0{,}707 \cdot 0{,}250$ m/s $= 0{,}177$ m/s.

(c) Kulans horisontella acceleration när den rör sig från ena plattan till andra är

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{före}} - v_{\text{efter}}}{\Delta t} = \frac{0{,}250 - 0{,}177}{0{,}188} \text{ m/s}^2 = 0{,}390 \text{ m/s}^2.$$

Vi antar att den enda horisontella kraft som verkar på kulan är en elektrisk kraft. Storleken av denna kraft fås med hjälp av Newtons andra lag,

$$F = ma = 0{,}0029 \cdot 0{,}390 \text{ N} = 1{,}13 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

Men $F = qE$, där q är kulans laddning och E den elektriska fältstyrkan. Om vi antar homogent fält mellan plattorna gäller att $E = \frac{U}{d}$, där U är spänningen mellan plattorna och d avståndet mellan plattorna. Vi får alltså

$$q = \frac{F}{E} = \frac{Fd}{U} = \frac{1{,}13 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}074}{4{,}0 \cdot 10^3} \text{ C} = 20{,}9 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$$

Medelströmmen kan till sist uppskattas till

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{20{,}9 \cdot 10^{-9}}{0{,}188} \text{ A} = 0{,}11 \cdot 10^{-6} \text{ A}.$$

Svar: (a) $\frac{v_{\text{efter}}}{v_{\text{före}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$ (b) 0,25 m/s respektive 0,18 m/s (c) 21 nC, 0,11 μA.