Månadens problem – JANUARI 2014

Lösningsförslag

1. (a) Lägg in ett koordinatsystem med origo där rampen slutar och positiv y-riktning uppåt. Rörelseformler i y-led ger ($v_y = 0$ då $y = (50-21+6)$ m $= 35$ m)

$$2ay = v_y^2 - v_{0y}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{0y} = \sqrt{-2ay} = \sqrt{-2\cdot(-9{,}82)\cdot 35} \text{ m/s} = 26{,}2 \text{ m/s}.$$

Sökta hastigheten fås ur

$$v_{0y} = v_0 \cos 15^\circ \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{v_{0y}}{\cos 15^\circ} = \frac{26{,}2 \text{ m/s}}{\cos 15^\circ} = 27{,}1 \text{ m/s} = 98 \text{ km/h}.$$

(b) Bestäm t då $y = (50-21)$ m $= 29$ m. Rörelseformeln $y = v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$ i y-led ger andragradsekvationen (enheter ej utskrivna)

$$29 = 26{,}2t - \frac{9{,}82t^2}{2},$$

som har rötterna $t_1 = 1{,}56$ s och $t_2 = 3{,}78$ s. Den första roten ger tiden då Robbie är i höjd med Triumfbågens tak på uppvägen, och den andra roten ger tiden då han landar på Triumfbågens tak. Läget i x-led vid landningen ges av

$$x = v_{0x}t = v_0 \sin 15^\circ \cdot t = 27{,}1 \cdot \sin 15^\circ \cdot 3{,}78 \text{ m} = 26{,}5 \text{ m}.$$

Sökta avståndet är $(26{,}5-5)$ m $= 21{,}5$ m. Det verkliga avståndet bör vara något mindre, eftersom vi inte tagit någon hänsyn till luftmotstånd.

Svar: (a) Ungefär 100 km/h. (b) Runt 20 m.

2. Eftersom $\rho_{\text{fotogen}} = 810$ kg/m^3 och $\rho_{\text{vatten}} = 998$ kg/m^3 bör isbiten, med densiteten $\rho_{\text{is}} = 917$ kg/m^3, hamna med en del i vatten och en del i fotogen. Antag att isbiten lägger sig så att bottenytan är horisontell. Låt andelen av isbitens volym som befinner sig i fotogen vara x. Lyftkraften på isbiten kan skrivas

$$F_{\text{L}} = xV\rho_{\text{fotogen}}\,g + (1-x)V\rho_{\text{vatten}}\,g.$$

Tyngdkraften som verkar på isbiten har storleken $F_{\mathrm{g}} = V\rho_{\mathrm{is}}\, g$. Kraftjämvikt ger

$$xV\rho_{\mathrm{fotogen}}\, g + (1-x)V\rho_{\mathrm{vatten}}\, g = V\rho_{\mathrm{is}}\, g,$$

som kan skrivas om till

$$x = \frac{\rho_{\mathrm{vatten}} - \rho_{\mathrm{is}}}{\rho_{\mathrm{vatten}} - \rho_{\mathrm{fotogen}}},$$

vilket ger

$$x = \frac{998-917}{998-810} = 0{,}431.$$

Detta innebär att $0{,}431 \cdot 2{,}0$ cm $=$ 0,86 cm befinner sig ovanför vattenytan och i fotogen.

Svar: Isbiten hamnar mellan vattnet och fotogenet, så att 0,86 cm befinner sig ovanför vattenytan.