Månadens problem – FEBRUARI 2014

Lösningsförslag

1. Antag att vi får träflis från skog som består av 10 m höga träd med tvärsnittsarean $0{,}1 \times 0{,}1\ \text{m}^2 = 0{,}01\ \text{m}^2$ och som står så tätt att det finns 0,25 träd per kvadratmeter. Vi räknar med att trä har densiteten 500 kg/m^3. Energimängden som kan fås vid förbränning från en kvadratmeter skogsplantering blir då

$$10\ \text{m} \cdot 0{,}01\ \text{m}^2 \cdot 0{,}25 \cdot 500\ \text{kg/m}^3 \cdot 10 \cdot 10^6\ \text{J/kg} = 1 \cdot 10^9\ \text{J}.$$

All denna energi kan dock knappast omvandlas till elektrisk energi. Antag att verkningsgraden är 10 %. Från en kvadratmeter skog kan vi då få 10^8 J energi till elnätet.

Vi räknar med att ett kärnkraftverk under ett år kan ge 25 TWh, det vill säga (1 Wh = 3 600 J)

$$25 \cdot 10^{12} \cdot 3600\ \text{J} = 9 \cdot 10^{16}\ \text{J}.$$

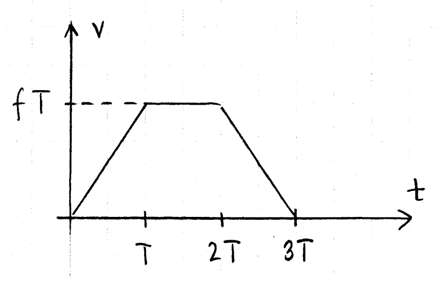
Arean som årligen måste avverkas är, enligt våra antaganden, således

$$\frac{9 \cdot 10^{16}}{10^8} = 10^9\ \text{m}^2 = 10^3\ \text{km}^3.$$

Detta kan jämföras med arean av till exempel Halmstads kommun som är 1 014 km^2 (http://sv.wikipedia.org/wiki/Lista_över_Sveriges_kommuner).

Svar: Ungefär 1 000 km^2.

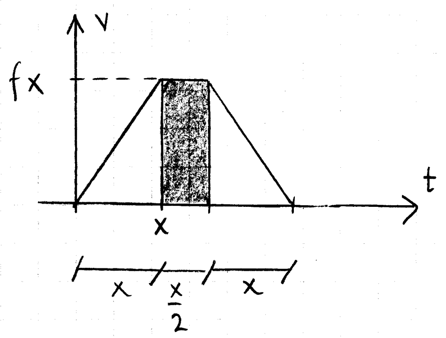
2. Betrakta först tåg P. Låt hela restiden vara $3T$. Accelerationsfasen varar tiden T och när den är slut är hastigheten fT (eftersom $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$). Hastighet-tid-diagrammet ser då ut som i figuren nedan.



Förflyttningen ges av arean under v-t-grafen, vilket innebär att avståndet mellan A och B är

$$\frac{fT \cdot T}{2} + fT \cdot T + \frac{fT \cdot T}{2} = 2fT^2.$$

Betrakta nu tåg Q. Tåget accelererar under första tredjedelen av sträckan. Antag att detta tar tiden x. Inbromsningsfasen tar lika lång tid, x. Ut hastighet-tid-diagrammet nedan ser vi att tiden under vilken tåget kör med konstant fart måste vara $\frac{x}{2}$, eftersom den skuggade rektangelarean ska vara lika stor som var och en av triangelareorna (eftersom tåget accelererade under en tredjedel av sträckan och sedan körde med konstant fart under en tredjedel av sträckan).



Totala restiden för tåg Q är således

$$x + \frac{x}{2} + x = \frac{5x}{2}.$$

För att få x uttryckt i T betraktar vi nu första delen av hastighet-tid-diagrammet för Q. Arean under grafen motsvarar en tredjedel av avståndet mellan A och B. Detta ger ekvationen

$$\frac{fx \cdot x}{2} = \frac{1}{3} \cdot 2fT^2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{\sqrt{3}}T.$$

Förhållandet mellan restiderna är alltså

$$\frac{3T}{\frac{5x}{2}} = \frac{3T}{\frac{5}{2}\frac{2}{\sqrt{3}}T} = \frac{3\sqrt{3}}{5}.$$