Månadens problem – OKTOBER 2014

Lösningsförslag

1. Du trycker till på bakbromsen, framhjulet få rulla fritt. Om du har massan M och cykeln massan m så har ekipaget rörelseenergin

$$E_k = \frac{(M+m)\,v^2}{2}. \tag{1}$$

(a) Hälften av denna energi kommer att omvandlas till värme i fälgen. Om fälgen har diametern r och tvärsnittsarean A så har den massan

$$m_{\text{fälg}} = 2r\pi A\rho, \tag{2}$$

där ρ är densiteten för aluminium $\left(2{,}70\ \text{g/cm}^3\right)$. När rörelseenergin blir till värme i fälgen stiger temperaturen enligt

$$Q = cm_{\text{fälg}}\Delta T, \tag{3}$$

där c är specifika värmekapaciteten för aluminium. Sätter vi ihop (1), (2) och (3) och kommer ihåg att bara hälften av energin hamnar i fälgen, får vi följande uttryck för temperaturökningen.

$$\Delta T = \frac{(M+m)\,v^2}{8r\pi A\rho c} \tag{4}$$

Om vi antar att du väger 60 kg, cykeln väger 10 kg, fälgens diameter och tvärsnittsarea är 26 tum (66 cm) respektive 1 cm^3, så blir temperaturökningen cirka 2 K.

Svar: Temperaturökningen blir ca 2 K.

(b) Gummi är en dålig värmeledare så bara gummit som är i kontakt med marken, och lite till, värms upp, åtminstone till en början. Om ytan mellan bakdäcket och marken är A och gummit har tjockleken t, så har det uppvärmda gummit massan

$$m_{\text{gummi}} = At\rho. \tag{5}$$

Temperaturökningen blir då

$$\Delta T = \frac{(M+m)\,v^2}{4At\rho c}, \tag{6}$$

där ρ är gummits densitet och c är dess specifika värmekapacitet. Om vi antar att ytan är 20 cm^2 stor och har tjockleken 0,5 cm, så blir temperaturökningen 45 K.

Svar: Temperaturökningen blir 45 K.

Kommentar från problemkonstruktören:

Det här problemet kräver att man gör flera fysikaliska antaganden. I a) så kan man anta att energin hinner sprida sig genom aluminiumfälgen innan energin förloras till omgivningen i form av framförallt konvektion i luften. Det skulle dock inte vara fel att anta så mycket som hälften av energin försvinner genom konvektion. Det finns en tidsaspekt som man kan fundera kring (hur lång tid tar det för värmen att sprida sig genom fälgen jämfört med hur snabbt avges värmen till omgivningen) men för enkelhetens skull har jag antagit att energiförluster till omgivningen kan ignoreras.

Friktionsenergin mellan det rullande hjulet och marken kan till stor grad försummas jämfört med den mellan broms och fälg.

Antagandet i uppgiftstexten, att friktionsenergin fördelas lika mellan de två ytorna, kan ifrågasättas. Det kommer att bero till stor del på vilka material som ytorna består av, och det framgår till exempel inte av uppgiften vad marken är gjord av. Ett mjukare underlag, som grus, skulle kunna deformeras.

2. För att lösa uppgifterna undersöker vi kraftjämvikt och kraftmoment.

(a) Om kroppen glider kan dragkraften som minst vara lika med den fullt utbildade friktionskraften.

$$F = \mu M g \tag{1}$$

Totala kraftmomentet ska bli noll. Med en vridningsaxel som går parallellt med den nedre framkanten på kuben ställer vi upp följande momentjämvikt,

$$F s = M g \frac{s}{2} \tag{2}$$

där s är kubens sidlängd. Höger led kommer från kraftmomentet från tyngdkraften. Sätter vi ihop (1) och (2) får vi

$$\mu M g = \frac{M g}{2}, \tag{3}$$

och $\mu = 1/2$. Men även värden på μ som är mindre än $1/2$ kommer att leda till att kroppen glider utan att välta så villkoren blir

$$F = \mu M g \tag{4}$$

$$\mu \leq 1/2 \tag{5}$$

Vilket skulle visas.

(b) Om kroppen välter måste kraftmomentet från dragkraften minst vara lika med kraftmomentet från tyngdkraften.

$$F s \geq M g \frac{s}{2} \tag{6}$$

$$F \geq \frac{M g}{2} \tag{7}$$

Om dragkraften som minst ska vara lika med halva tyngdkraften så kan inte μ vara mindre än $1/2$ för då börjar den glida innan den börjar välta. Därför har vi fŽljande villkor.

$$F = \frac{M g}{2} \tag{8}$$

$$\mu \geq 1/2 \tag{9}$$

Vilket skulle visas.