



Månadens problem – DECEMBER 2014

Lösningsförslag

1. Allmänna gravitationslagen lyder

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

där G är Newtons gravitationskonstant, M är kometens massa, m är massan på ett föremål som utsätts för kometens gravitationskraft och r är kometens radie. Tyngdkraften kan också skrivas

$$F = mg \quad (2)$$

där g är den lokala tyngdaccelerationen. Kombinerar vi (1) och (2) får vi ett uttryck för tyngdaccelerationen.

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad (3)$$

Om vi antar att kometen är klotformad kan vi bestämma kometens radie med hjälp av data i tabellen.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 25 \cdot 10^9 \text{ m}^3}{4\pi}} = 1814 \text{ m} \quad (4)$$

Tyngdaccelerationen blir då

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 10^{13} \text{ kg}}{(1814 \text{ m})^2} = 0,00020 \text{ m/s}^2 \approx 10^{-4} \text{ m/s}^2 \quad (5)$$

Svar: Tyngdaccelerationen på kometens yta är väldigt liten, 10^{-4} m/s^2 .

(b) Med hjälp av ledningen i uppgiften kan vi beräkna arbetet som görs när ett föremål avlägsnas från kometens yta (avstånd r) ut till ett avstånd R .

$$\begin{aligned}
W &= \int_r^R G \frac{Mm}{s^2} ds = \\
&= GMm \left[\frac{-1}{s} \right]_r^R \\
&= GMm \left(\frac{-1}{R} - \frac{-1}{r} \right) \\
&= GMm \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \tag{6}
\end{aligned}$$

Om vi låter R ligga oändligt långt bort blir arbetet

$$W = \frac{GMm}{r}. \tag{7}$$

Om vi tillför denna energi som rörelseenergi från början till föremålet kommer föremålet att kunna lämna kometens gravitation.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{r} \tag{8}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 10^{13} \text{ kg}}{1814 \text{ m}}} \approx 1 \text{ m/s} \tag{9}$$

Svar: Flykthastigheten är 1 m/s.

2. Ett snabbt sätt att lösa uppgiften på är att använda sig av solarkonstanten. Jorden befinner sig 8 ljusminuter från solen och tar emot $1,37 \text{ kW/m}^2$. Strålningsintensiteten avtar med avståndet i kvadrat vilket medför att

$$I_{\text{Rosetta}} = I_{\text{jorden}} \cdot \frac{R_{\text{jorden}}^2}{R_{\text{Rosetta}}^2} = 1,37 \text{ kW/m}^2 \cdot \frac{8^2}{25^2} = 0,14 \text{ kW/m}^2. \quad (1)$$

Svar: Solens intensitet är $0,14 \text{ kW/m}^2$.