Månadens problem – JANUARI 2015

Lösningsförslag

1. (a) Puckens rörelseenergi omvandlas till värme via ett bromsarbete.

$$\frac{mv^2}{2} = Fs \tag{1}$$

Puckens massa är 170 g. Medelkraften blir därför

$$F = \frac{mv^2}{2s} = \frac{0{,}170\ \text{kg} \cdot (12\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 0{,}40\ \text{m}} = 31\ \text{N}. \tag{2}$$

Svar: Medelkraften från klubban är 31 N.

(b) Pucken får hastigheten 47,33 m/s. Man kan uppskatta kontakttiden till ca 0,4 s i slow-motionfilmen, vilket skulle motsvara 0,04 s i verkligheten, och sen använda impulslagen till att skriva

$$Ft = m\Delta v \quad \Rightarrow \quad F = \frac{m\Delta v}{t} = \frac{0{,}170\ \text{kg} \cdot 47{,}33\ \text{m/s}}{0{,}04\ \text{s}} \approx 200\ \text{N}. \tag{3}$$

Puckens acceleration beräknas sen med Newtons andra lag.

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}170\ \text{kg}} \approx 1\ \text{km/s}^2. \tag{4}$$

Svar: Medelkraften är ca 200 N och accelerationen är 1 km/s^2.

(c) Om ett "normalt" friktionstal är ca 0,5, så skulle isen ha friktionstalet 0,005. Puckens rörelseenergi kommer återigen att omvandlas till värme via friktionens bromsarbete.

$$\frac{mv^2}{2} = \mu F_N s = \mu mgs \tag{5}$$

För att kunna glida 10 miles (16 km) måste pucken därför ha en starthastighet som är minst

$$v = \sqrt{2\mu g s} = \sqrt{2 \cdot 0{,}005 \cdot 9{,}82 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^4 \text{ m}} = 40 \text{ m/s}. \tag{6}$$

12 miles skulle kräva en lite större starthastighet. I (b)-uppgiften såg vi att hastigheter över 45 m/s är möjliga för elittränade hockeyspelare. Enligt detta resonemang är det alltså inte helt orimligt att en puck skulle kunna glida 10-12 miles.

Om man i stället antar att ett "normalt" friktionstal är ca 1,0 så behövs en starthastighet på 57 m/s, vilket nog inte är möjligt. Svaret man får kommer därför att bero på vad som kan anses vara ett normalt friktionstal.

Men är den ursprungliga premissen från filmen (att friktionstalet är i storleksordningen 1 % av ett normalt friktionstal) rimlig? Friktionstalet vid statisk friktion mellan gummi och is är ca 0,06[1] och friktionstalet vid glidfriktion är nog betydligt mindre. Glidfriktionen är hastighetsberoende, och friktionstalet är mindre för högre hastigheter. Vi kan kan inte utesluta att det kan vara rimligt.

Svar: Det kan anses vara rimligt (i alla fall möjligt) för elittränade hockeyspelare men beror på vad som är ett normalt friktionstal.

[1] http://people.westminstercollege.edu/faculty/ccline/courses/resources/wp/proj/211-W-frictiondrag.pdf (Tyvärr en indirekt referens.)

2. (a) **Svar:** Det elektriska fältet är riktat nedåt eftersom protonen till en början accelereras neråt.

   (b) **Svar:** Magnetfältet är riktat inåt, vinkelrätt mot pappret.

   (c) **Svar:** Protonens hastighet är störst längst ner i banan.

   (d) Protonens elektriska lägesenergi högst upp omvandlas till rörelseenergi längst ner. Lägesenergin ges av

$$E_p = Uq = \mathscr{E}\Delta y q \tag{1}$$

   där $\mathscr{E}$ är den elektriska fältstyrkan, Δy är lägesändringen i y-led och q är protonens laddning. Om vi avläser $y = -0{,}00052$ m längst ner i banan får vi

$$\mathscr{E}\Delta y q = \frac{mv^2}{2} \tag{2}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}\Delta y q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\ \text{V/m} \cdot 0{,}00052\ \text{m} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 3{,}2\ \text{km/s}. \tag{3}$$

   I uppgiftstexten står felaktigt att det är 0,0001 m mellan skalstrecken i y-led. Om man tittar efter riktigt noga kan man se att det är 0,00001 m mellan skalstrecken, vilket betyder att avläsningen längst ner i protonens bana borde vara $y = -0{,}000052$ m. Hastigheten blir då 1,0 km/s.

   Svar: Protonens största hastighet är 3,2 km/s (egentligen 1,0 km/s).