Månadens problem – MAJ 2015

Lösningsförslag

1. Allmänna gaslagen ger oss att

$$pV = NkT. \tag{1}$$

(a) N ändras inte och k är en konstant så vi kan skriva

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \tag{2}$$

där $p_1 = p_0$. Den nya volymen blir då

$$V_2 = \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \frac{p_0}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}. \tag{3}$$

Trycket på 10 m djup är

$$p_2 = p_0 + \rho gh = 101{,}3 \text{ kPa} + 98{,}0 \text{ kPa} = 199{,}3 \text{ kPa} \tag{4}$$

där ρ är vattnets densitet och h är djupet. Stoppar vi in värdena i ekvation (3) och tänker på att sätta in temperaturen i kelvin så får vi är V_2 är lika med 0,49 V_1 eller 32 dm^3.

Svar: Badbollen får volymen 32 dm^3.

(b) Vi bryter ut trycket p_2 ur ekvation (2).

$$p_2 = p_0 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 101{,}3 \text{ kPa} \cdot 5 \cdot \frac{295 \text{ K}}{303 \text{ K}} = 493 \text{ kPa} \tag{5}$$

Ur ekvation (5) kan vi nu bestämma djupet.

$$h = \frac{p_2 - p_0}{\rho g} = 40 \text{ m} \tag{6}$$

Svar: Man måste sänka bollen till 40 m djup.

(c) Vi börjar med att bestämma trycket på 1000 m djup med ekvation (4) och får att p_2 är 9,9 MPa. I Figur 1 uppskattar vi temperaturen till 5°C. Bollens volym blir då enligt ekvation (3)

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{101{,}3\ \text{kPa}}{9{,}9\ \text{MPa}} \cdot \frac{278\ \text{K}}{303\ \text{K}} = 0{,}0095 V_1 = 0{,}61\ \text{dm}^3. \tag{7}$$

Svar: Badbollen skulle ha krympt till 0,61 dm^3.

(d) Om vi har 1 m^3 vatten vid havsytan (22°C) och sänker temperaturen till 4°C så kommer volymen att minska med mindre än 0,036%. Om vi ökar trycket till 10 MPa minskar volymen med ca 0,5%.

Svar: För de flesta beräkningar är det rimligt att anta att vattnets densitet inte ändras, även på stora djup.

2. Tyngkraften på dig och bollen uppskattas till 650 N. Tyngdkraften motverkas av lyftkraften från vattnet.

$$F_g = \rho V g \quad \Rightarrow \quad V = \frac{F_g}{\rho g} = \frac{650\ \mathrm{N}}{998\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}82\mathrm{N/kg}} = 66\ \mathrm{dm^3} \tag{1}$$

Volymen av ett klotsegment beräknas med

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h)\,. \tag{2}$$

Detta leder till en tredjegradsekvation. En numerisk lösning ger att djupet h är 15 cm.

Svar: Underdelen skulle vara 15 cm under ytan.