Månadens problem – FEBRUARI 2016

Lösningsförslag

1. Skillnaden i värmeflödet ΔJ blir

$$\Delta J = \Delta\lambda \frac{S \cdot \Delta T}{\Delta x} = 0{,}015 \frac{100 \cdot 19}{0{,}50}\ \mathrm{W} = 57\ \mathrm{W}. \tag{1}$$

På ett år går det ca 31,5 miljoner sekunder och 1 kWh = 3,6 MJ så svaret blir 500 kWh.

Svar: Det förloras 500 kWh mer per år om halmstråna ligger vertikalt jämfört med om de ligger horisontellt.

2. Startvillkoren är givna i alla tre fallen vilket innebär att vi vet precis hur mycket energi som finns tillgängligt för var och ett av dem. Den enda fria parametern är vid vilken vinkel barnet släpper repet och omvandlar pendelrörelsen till en kaströrelse.

Vi studerar först barn A:s förslag och antar dessutom att vinkeln är 10°. Om vi antar att den mekaniska energin är bevarad när barnet svingar sig i repet kan vi skriva följande.

$$mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2gh_1 - 2gh_2 + v_1^2} \tag{2}$$

där h_1 är höjden över landningsplatsen från början och h_2 höjden över landningsplatsen när barnet släpper repet. Barnets massa spelar ingen roll. Höjden h_2 beräknas med

$$h_2 = L \cdot (1 - \cos\alpha) + h_1 \tag{3}$$

där L är repets längd och α vinkeln då barnet släpper repet. Detta ger oss $h_2 = 0{,}81$ m och $v_2 = 2{,}79$ m/s, vilket tillsammans med $\alpha = 10°$ blir startvillkoren för en kaströrelse. Tiden för kastet (hoppet) beräknas i y-led. Om vi väljer att ha positiv riktning uppåt och nollnivån sätts vid landningen så får vi en andragradsekvation för tiden.

$$y = y_0 + v \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \tag{4}$$

$$t^2 - \frac{2v\sin\alpha}{g} t + \frac{2(y - y_0)}{g} = 0 \tag{5}$$

$$t^2 - \frac{2v\sin\alpha}{g} t - \frac{2h_2}{g} = 0 \tag{6}$$

$$t = \frac{v\sin\alpha}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v\sin\alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h_2}{g}} \tag{7}$$

Den negativa lösningen är inte intressant och den positiva lösningen blir $t = 0{,}46$ s. Svingen plus hoppets längd blir då

$$x = L\sin\alpha + v\cos\alpha \cdot t = 1{,}96 \text{ m}. \tag{8}$$

Vi stoppar in dessa formler i t.ex. Excel och beräknar kastlängden för olika vinklar, se tabellen nedan. Vi ser att en vinkel på 21° ger bästa längden som blir 2,40 m. Det räcker inte för att komma över.

α (grader)	h_2 (m)	v (m/s)	v_0x (m/s)	v_0y (m/s)	t (s)	x (m)
16	0,90494414	2,44067556	2,34613346	0,67272203	0,50324582	2,28319961
17	0,92477074	2,3595556	2,25646028	0,68984755	0,50988466	2,31998783
18	0,94576248	2,27051202	2,15939176	0,70160679	0,51610871	2,35051362
19	0,96791296	2,1725997	2,05424029	0,70730918	0,52182614	2,37419191
20	0,99121543	2,06458928	1,94008658	0,70611115	0,52692987	2,39033145
21	1,0156628	1,94483486	1,81566729	0,69694685	0,53129057	2,39807835
22	1,04124761	1,81104856	1,67918266	0,67841171	0,53474489	2,39631873
23	1,06796208	1,65988695	1,52794167	0,64855141	0,53707403	2,38349871
24	1,09579807	1,486111	1,35763742	0,60443903	0,53796072	2,35725703
25	1,1247471	1,28061196	1,16063556	0,54119506	0,53688948	2,31355941
26	1,15480035	1,02455901	0,92087355	0,44912479	0,53285512	2,24412866
27	1,18594867	0,66179167	0,58966487	0,30043894	0,52301051	2,12431339

Del av tabellen för barn A.

I Excel är det nu enkelt att ändra replängden, starthöjden eller starthastigheten. Vi studerar barn B:s förslag, se tabellen nedan. Vi ser att bästa vinkeln denna gången är 22° vilket ger oss bästa längden 2,25 m. Det räcker inte heller för att komma över.

α (grader)	h_2 (m)	v (m/s)	v_0x (m/s)	v_0y (m/s)	t (s)	x (m)
17	1,43738537	2,69884259	2,58092291	0,78904262	0,62734484	2,20385533
18	1,44788124	2,66037825	2,53017769	0,82207865	0,63316202	2,22002877
19	1,45895648	2,61917825	2,47649003	0,85269681	0,63881068	2,2331261
20	1,47060772	2,57512416	2,41983424	0,88071942	0,64426398	2,24303297
21	1,4828314	2,52808056	2,36017632	0,90595753	0,6494938	2,24963561
22	1,49562381	2,47789193	2,29747191	0,92820864	0,65447062	2,25282005
23	1,50898104	2,42437875	2,23166363	0,94725383	0,65916319	2,25247097
24	1,52289904	2,36733245	2,1626777	0,96285414	0,66353825	2,2484701
25	1,53737355	2,30650894	2,09041956	0,9747459	0,66756008	2,24069384
26	1,55240017	2,24162008	2,01476793	0,9826346	0,67118987	2,22901006
27	1,56797433	2,17232228	1,93556703	0,98618678	0,67438497	2,21327355

Del av tabellen för barn B.

α (grader)	h_2 (m)	v (m/s)	v_0x (m/s)	v_0y (m/s)	t (s)	x (m)
30	1,01793375	4,44272227	3,84754465	2,22130172	0,73461673	3,82644393
31	1,03564896	4,40339124	3,77447917	2,26785392	0,74500542	3,84205625
32	1,05388635	4,36253047	3,69967374	2,311728	0,75508196	3,8533675
33	1,07264036	4,32010918	3,62318838	2,35283855	0,76482691	3,86036156
34	1,09190528	4,27609404	3,54508447	2,3910994	0,77422129	3,86303665
35	1,11167524	4,23044894	3,46542461	2,42642339	0,78324654	3,86140521
36	1,13194423	4,18313464	3,38427257	2,45872213	0,79188453	3,85549362
37	1,15270606	4,1341085	3,30169323	2,48790572	0,80011746	3,84534204
38	1,17395441	4,08332407	3,21775245	2,51388238	0,80792789	3,83100406
39	1,19568281	4,03073065	3,13251697	2,53655811	0,81529862	3,81254634

Del av tabellen för barn C.

Vi studerar barn C:s förslag, se tabellen ovan. Bästa vinkeln är 34° och bästa längden 3,86 m, vilket räcker för att komma över!

Svar: Förslaget som barn C hade, att springa snabbare, var det bästa förslaget och det enda förslaget som ledde till att de kommer över "krokodilfloden".