Månadens problem – MAJ 2016

Lösningsförslag

a) Vi får två ekvationer.

$$R_1 + R_2 = 20 \tag{1}$$

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1{,}8} \tag{2}$$

Vi bryter ut R_2 ur ekvation (1) och sätter in i (2).

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{20 - R_1} = \frac{1}{1{,}8} \tag{3}$$

$$\frac{20}{R_1(20 - R_1)} = \frac{1}{1{,}8} \tag{4}$$

$$36 = 20R_1 - R_1^2 \tag{5}$$

$$R_1^2 - 20R_1 + 36 = 0 \tag{6}$$

$$R_1 = 10 \pm 8 \tag{7}$$

Om $R_1 = 2$ ohm så är $R_2 = 18$ ohm, och tvärtom.
Svar: De motstånden har resistenserna 2 ohm respektive 18 ohm.

b) R_2 kan skrivas som

$$R_2 = \frac{P}{I^2} \tag{8}$$

För spänningen i kretsen gäller därför

$$12 = 20I + \frac{P}{I^2}I \quad \Rightarrow \quad 12 = 20I + \frac{P}{I}. \tag{9}$$

$$12I = 20I^2 + P \quad \Rightarrow \quad I^2 - \frac{3}{5}I + \frac{P}{20} = 0 \tag{10}$$

Med insättning av $P = 1$ W får vi

$$I = \frac{3}{10} \pm \frac{2}{10}. \tag{11}$$

Svar: Strömmen i kretsen är 0,1 A eller 0,5 A.

c) Börja från höger. De tre motstånden i serie har tillsammans resistansen $3R$. De ligger parallellt med ett enskilt motatånd. Kvadraten längst till höger kan ersättas med

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{4}R \tag{12}$$

Denna ersättningsresistans ligger i serie med två motstånd, så de sex motstånden till höger kan ersättas med ett enda på $11R/4$. Denna är parallell med ett enda motstånd.

$$\frac{1}{R} + \frac{4}{11R} = \frac{15}{11R} \quad \Rightarrow \quad \frac{11}{15}R \tag{13}$$

Detta ligger i serie med de sista två motstånden längst till vänster. Ersättningsresistansen för hela kretsen är $41R/15$.
Svar: $\frac{41}{15}R$.