# Månadens problem – NOVEMBER 2016

# Lösningsförslag

1. a) Öppningen har arean

$$A = \pi \frac{d^2}{4} = 0{,}00785 \text{ dm}^2. \tag{1}$$

och 500 liter motsvarar 0,500 $\text{m}^3$. Höjden på en cylindrisk vattenpelare med denna tvärsnittsarea och volym blir

$$h = \frac{V}{A} = 63{,}66 \text{ m}. \tag{2}$$

För att en vattenpelare av denna längd ska kunna passera genom öppningen varje sekund måste vattnet ha en hastighet av ca 64 m/s.

**Svar:** 64 m/s.

b) Varje sekund ger pumparna 500 liter (499 kg) vatten en hastighet på 63,66 m/s. Den tillförda effekten $P_t$ är

$$P_t = \frac{E_k}{t} = \frac{mv^2}{2t} = \frac{499 \cdot 63{,}66^2}{2 \cdot 1} \text{ W} = 1{,}011 \cdot 10^6 \text{ W}. \tag{3}$$

Eftersom där är två pumpar så är de på ca 510 kW vardera.

**Svar:** 510 kW

c) Om man bortser från energiförluster så kommer all rörelseenergi omvandlas till lägesenergi.

$$E_p = E_k \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g} = 210 \text{ m} \tag{4}$$

**Svar:** 210 m.

d) Energin, och därmed effekten, är proportionell mot höjden. Den nyttiga effekten $P_n$ blir

$$P_n = \frac{140 \text{ m}}{210 \text{ m}} \cdot P_t = 685 \text{ kW}. \tag{5}$$

Den förlorade effekten blir ca 330 kW.

**Svar:** 330 kW

e) Med hjälp av en linjal uppskattar vi att vattnet faller ner 50 - 60 m från uppskjutsplatsen. Om vi antar att vattnet följer med vinden i sidled blir vindhastigheten 5 - 6 m/s.

**Svar:** 5 - 6 m/s

*Kommentar: Det finns flera anledningar till att det här bara blir en grov gissning. Vinden påverkar vattnet redan på vägen upp, vattnet har inte samma hastighet som vinden i sidled, etc, etc. Några av dessa faktorer gör att vi underskattat hastigheten, medan andra gör att vi överskattat den, men värdet är hursomhelst inte orimligt.*

2. a) Om man sätter nollnivån vid läckan i röret, och bortser från energiförluster så att all lägesenergi hos vattnet omvandlas till rörelseenergi, får man

$$E_p = E_k \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 7{,}0 \text{ m/s}. \tag{1}$$

**Svar:** 7,0 m/s

b) För att bestämma avståndet behöver vi först beräkna hur lång tid det tar innan vattenstrålen träffar marken.

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t^2 - \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \cdot t + \frac{2y}{g} = 0 \tag{2}$$

Med $y = 0{,}40$ m får vi

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} - \frac{2y}{g}} \tag{3}$$

$$t_1 = -0{,}058 \text{ s} \tag{4}$$

$$t_2 = 1{,}40 \text{ s} \tag{5}$$

Endast den positiva tiden är intressant. Nu kan vi beräkna var strålen träffar.

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t = 3{,}35 \text{ m} \tag{6}$$

**Svar:** 3,4 m

*Kommentar: Om man tolkar vinkeln som 70°riktat ner från horisontalplanet blir avståndet mycket kortare, 14 cm.*