Månadens problem – NOVEMBER 2017

Lösningsförslag

a) **Svar:** Den gemensamma tyngdpunkten flyttar sig inte alls. (Det finns ingen resulterande yttre kraft.) När eleven går mot fören rör sig kanoten åt motsatt håll under honom.

b) När kanoten ligger förtöjd kan kanoten inte flytta på sig, så när eleven går till fören flyttar sig den gemensamma tyngdpunkten. Vi söker tyngdpunktens position från början och ställer upp ekvationen för balanserat kraftmoment. Låt avståndet mellan kanotens egen tyngdpunkt (mitten av kanoten) och den gemensamma tyngdpunkten vara x.

$$m_k g \cdot x = m_e g \cdot (L/2 - x) \tag{1}$$

Vi löser ut x.

$$x = \frac{L/2 \cdot m_e}{m_k + m_e} = \frac{2{,}5\text{ m} \cdot 60\text{ kg}}{85\text{ kg}} = 1{,}765\text{ m} \tag{2}$$

där L är kanotens längd, och m_k och m_e är kanotens respektive elevens massa. Av symmetriskäl kommer den gemensamma tyngdpunkten ligga lika långt från kanotens tyngdpunkt, men åt andra hållet, efter att eleven gått till fören. Tyngdpunkten flyttar sig därför 3,5 m.
Svar: Den gemensamma tyngdpunkten flyttar sig 3,5 m.

c) I horisontell led kan man använda rörelsemängdens bevarande.

$$m_e v_e = m_k v_k \quad \Rightarrow \quad v_e = \frac{m_k}{m_e} v_k \tag{3}$$

Eftersom tiden är samma för både elevens och kanotens rörelse så kan vi ersätta v med s.

$$s_e = \frac{m_k}{m_e} s_k \quad \Rightarrow \quad s_e = \frac{m_k}{m_e + m_k} L = 1{,}47\text{ m} \tag{4}$$

där vi använt att $s_e + s_k = L$. Vi använder elevens rörelse i vertikal led för att få fram ett uttryck för tiden.

$$y = v_0 t \sin\theta - \frac{gt^2}{2} \tag{5}$$

$$t = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} \tag{6}$$

$$s_e = v_0 t \cos\theta = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} \tag{7}$$

För att minimera farten vid upphoppet behöver vi optimera vinkeln, $\theta = 45^\circ$.

$$v_0 = \sqrt{s_e g} = 3{,}8 \text{ m/s} \tag{8}$$

Svar: Eleven hoppar 1,5 m med farten 3,8 m/s.