Månadens problem – MARS 2018

Lösningsförslag

1. a) Vi ansätter

$$R = C \cdot t^{\alpha} \cdot E^{\beta} \cdot \rho^{\gamma}. \tag{1}$$

där C är en dimensionslös konstant. Vi skriver om sambandet med enheter.

$$[\mathrm{m}] = [\mathrm{s}]^{\alpha} \cdot \frac{[\mathrm{kg}]^{\beta}[\mathrm{m}]^{2\beta}}{[\mathrm{s}]^{2\beta}} \cdot \frac{[\mathrm{kg}]^{\gamma}}{[\mathrm{m}]^{3\gamma}} \tag{2}$$

Vi får ekvationerna

$$1 = 2\beta - 3\gamma \tag{3}$$

$$0 = \alpha - 2\beta \tag{4}$$

$$0 = \beta + \gamma \tag{5}$$

med lösningarna

$$\alpha = \frac{2}{5} \tag{6}$$

$$\beta = \frac{1}{5} \tag{7}$$

$$\gamma = -\frac{1}{5} \tag{8}$$

och

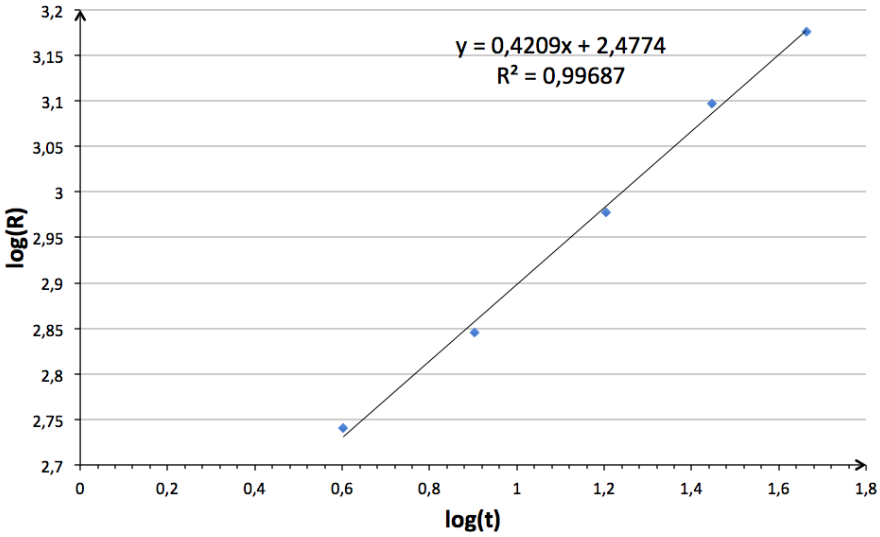
$$R = \left(C \cdot \frac{t^2 E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{9}$$

Svar: $R = \left(C \cdot \frac{t^2 E}{\rho}\right)^{\frac{1}{5}}$

b) Genom att logaritmera vårt uttryck får vi

$$\log(R) = \frac{2}{5}\log(t) + \frac{1}{5}\log\left(\frac{E}{\rho}\right). \tag{10}$$

Om vi gör ett diagram över detta samband, med $\log(t)$ som x och $\log(R)$ som y, och anpassar en linje till mätvärdena kommer vi kunna bestämma E.



Figur 1.

Vi får att

$$\frac{1}{5}\log\left(\frac{E}{\rho}\right) = 2{,}4774 \tag{11}$$

och

$$E = \rho \cdot 10^{5\cdot 2{,}4774} = 3{,}2 \cdot 10^{12}\ \text{J}. \tag{12}$$

Ett kiloton[1] motsvarar $4{,}184 \cdot 10^{12}$ J, så svaret blir 0,8 kiloton.

Svar: Den frigjorda energin uppskattas till 0,8 kiloton.

Kommentar: Beroende på hur man gör anpassningen så kan man få värden mellan 0,8 *kiloton och* 1,2 *kiloton.*

2. Fjädrarna kommer att förlängas olika mycket men spännkraften i snöret är samma i båda ändar.

$$S = k_1 y = k_2 z \tag{13}$$

där fjäder 1 har förlängts med y och fjäder 2 har förlängts med z. Om vi betecknar förflyttningen av massan m med x så får vi följande villkor.

$$2x = y + z \tag{14}$$

[1] Hämtat från Wikipedia.

Kraftekvationen för massan m blir

$$ma = 2S - mg \tag{15}$$

$$ma = 2k_1 y - mg \tag{16}$$

Genom att kombinera ekvationerna (13), (14) och (16) får vi

$$ma = 2k_1 \left(\frac{2k_2}{k_1 + k_2} x \right) - mg \tag{17}$$

$$a = \frac{4k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)} x - g \tag{18}$$

Vi kan här läsa av kvadraten av frekvensen ω framför x.

$$\omega^2 = \frac{4k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)} \tag{19}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}} \tag{20}$$

Perioden blir då

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{4k_1 k_2}} \tag{21}$$

Sätter vi in de givna värdena får vi $T = 0{,}61$ s.

Svar: Perioden blir $T = 0{,}61$ s.