Månadens problem – JANUARI 2019

Lösningsförslag

1. Antag att Ryugus har formen av ett klot med diameterna 500 m och att densiteten är 2 g/cm^3. Ryugus massa är då

$$M = \rho V = 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4\pi \cdot 500^3}{3}\ \text{kg} = 1{,}05 \cdot 10^{12}\ \text{kg}.$$

Landarens acceleration på 55 meters höjd fås med hjälp av Newtons andra lag (och gravitationslagen):

$$G\frac{Mm}{r^2} = ma \quad \Leftrightarrow \quad a = G\frac{M}{r^2} = 6{,}673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}05 \cdot 10^{12}}{(500+55)^2}\ \text{m/s}^2$$
$$= 2{,}27 \cdot 10^{-4}\ \text{m/s}^2.$$

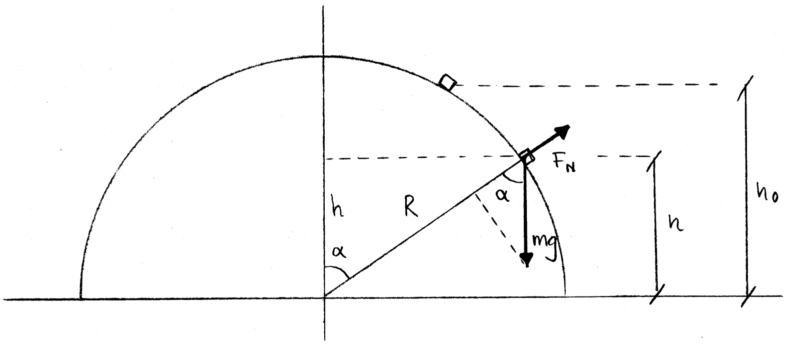
Vi antar att accelerationen är densamma under hela fallet. Falltiden fås ur ($v_0 = 0$)

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 55}{2{,}27 \cdot 10^{-4}}}\ \text{s} = 696\ \text{s} = 12\ \text{min}.$$

Svar: Ungefär 12 minuter.

2. På klossen verkar två krafter, tyngdkraft och normalkraft från klotet. Tyngdkraftens komposant i radiell riktning har storleken $mg\cos\alpha$ (se figuren nedan). Newtons andra lag (i radiell riktning) på klossen ger

$$mg\cos\alpha - F_\text{N} = \frac{mv^2}{R}.$$



När klossen tappar kontakten är $F_\mathrm{N} = 0$. Om vi låter v_tk vara klossens fart, och h höjden över bordsytan, när den tappar kontakten får vi

$$mg\cos\alpha - 0 = \frac{mv_\mathrm{tk}^2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad v_\mathrm{tk}^2 = gR\cos\alpha = gh, \tag{1}$$

eftersom $R\cos\alpha = h$ (se figuren ovan).

Energiprincipen ger nu

$$mg(h_0 - h) = \frac{mv_\mathrm{tk}^2}{2}. \tag{2}$$

Insättning av $v_\mathrm{tk}^2 = gh$ (från ekvation (1)) i ekvation (2) ger

$$gh_0 - gh = \frac{gh}{2} \quad \Leftrightarrow \quad h_0 = \frac{h}{2} + h = \frac{3}{2}h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{2}{3}h_0.$$

Svar: $\frac{2}{3}h_0$