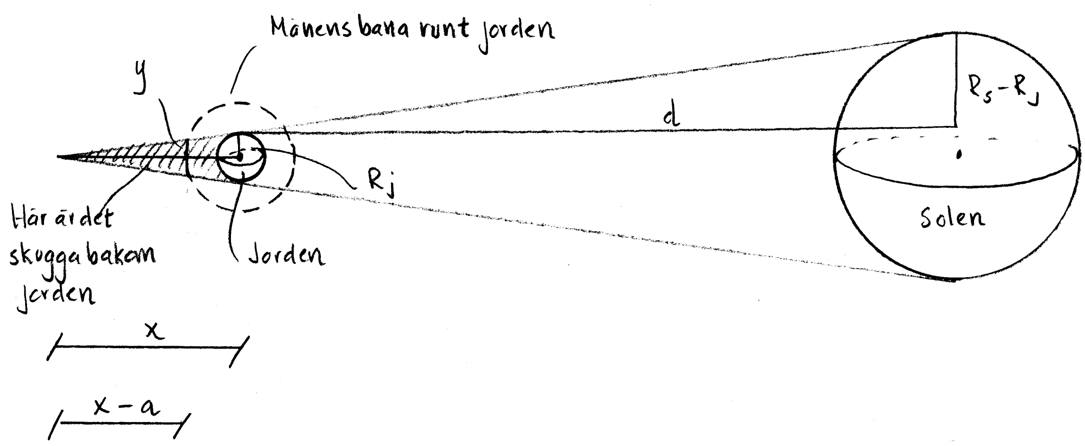
Månadens problem – FEBRUARI 2019

Lösningsförslag

1. Vi inför beteckningar enligt tabellen och figuren nedan.

Medelavstånd jorden–solen	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ m	d
Medelavstånd jorden–månen	$3{,}844 \cdot 10^{8}$ m	a
Solens radie	$6{,}960 \cdot 10^{8}$ m	R_s
Jordens medelradie	$6{,}367 \cdot 10^{6}$ m	R_j
Månens radie	$1{,}738 \cdot 10^{6}$ m	R_m
Månens omloppstid	27,3 dygn	



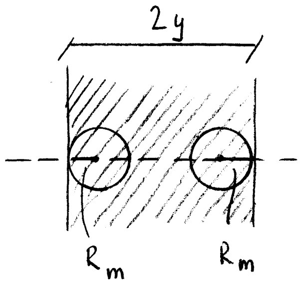
Likformighet ger nu

$$\frac{x}{d} = \frac{R_j}{R_s - R_j} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{R_j}{R_s - R_j} \cdot d = \ldots = 1{,}381 \cdot 10^9 \text{ m}$$

och

$$\frac{y}{R_j} \approx \frac{x-a}{x} \quad \Leftrightarrow \quad y \approx \frac{x-a}{x} \cdot R_j = \ldots = 4{,}595 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Från det att månen blivit helt förmörkad till dess att en del av den börjar bli synlig igen har den rört sig avståndet $2y - 2R_m$. Se figuren nedan som schematiskt visar månen sedd från jorden.



Månen kommer då att vara förmörkad under

$$\frac{2y - 2R_\mathrm{m}}{2\pi a} \cdot 27{,}3 \text{ dygn} = 0{,}0646 \text{ dygn} = 1{,}6 \text{ h},$$

eftersom det tar 27,3 dygn för månen att röra sig ett helt varv ($2\pi a$) runt jorden. Med detta värde på omloppstiden har vi dock inte tagit hänsyn till att jorden rör sig runt solen. Om vi istället räknar med den synodiska omloppstiden (29,53 dygn) får vi att månen kommer vara förmörkad under

$$\frac{2y - 2R_\mathrm{m}}{2\pi a} \cdot 29{,}53 \text{ dygn} = 0{,}0699 \text{ dygn} = 1{,}7 \text{ h}.$$

Svar: 1,7 h

2. Vi betraktar en tunn ring av vatten med höjd z. Detta vatten passerar värmaren på tiden

$$\Delta t = \frac{L}{v}, \tag{1}$$

där v är farten som ska bestämmas. Vattenringens resistans är

$$R = \rho \frac{h}{2\pi r z}. \tag{2}$$

Energin som tillförs vattnet i vattenringen under tiden Δt är

$$W = P \cdot \Delta t = U_0 I \cdot \Delta t = \frac{U_0^2}{R} \cdot \Delta t.$$

Tillförd energi = ökningen av inre energin ger

$$cm\Delta T = \frac{U_0^2}{R} \cdot \Delta t, \tag{3}$$

där

$$m = V\gamma = 2\pi r h z \gamma. \tag{4}$$

Insättning av (1), (2) och (4) i (3) ger

$$c \cdot 2\pi r h z \gamma \cdot \Delta T = \frac{U_0^2 2\pi r z}{\rho h} \cdot \frac{L}{v},$$

varur vi får

$$v = \frac{U_0^2 L}{\rho h^2 c \gamma \Delta T}.$$

Svar: $v = \dfrac{U_0^2 L}{\rho h^2 c \gamma \Delta T}$