Månadens problem – APRIL 2019

Lösningsförslag

1. (a) Energiprincipen (med 0-nivå vid gevärsmynningen och $g = 1{,}62$ m/s^2) ger

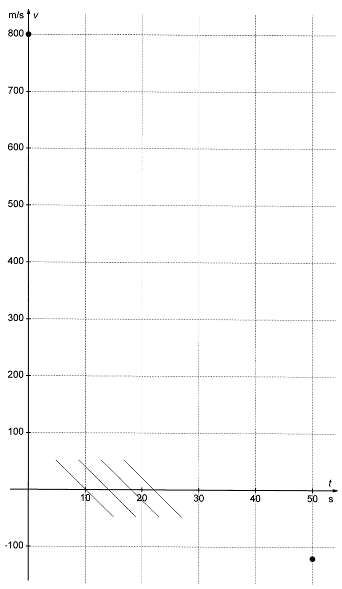
$$\frac{mv^2}{2} = mgh \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g} = \frac{800^2}{2 \cdot 1{,}62} \text{ m} = 198 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Vi ser nu att avståndet 1,5 m mellan gevärsmynningen och månytan är försumbart.

Svar: 198 km.

(b) Den beräknade höjden är 11 % av månens radie (1738 km), vilket innebär att tyngdfaktorn g inte kan antas vara konstant. Tyngdfaktorn kommer att minska med höjden, vilket gör att kulan i själva verket kommer högre upp än 198 km.[1]

2. Vi ritar ett v-t-diagram där vi prickar in punkterna $(0, 800)$ och $(50, -120)$. Eftersom accelerationen i högsta läget, där $v = 0$, bör vara $-9{,}82$ m/s^2, ritar vi också in några hjälplinjer som skär t-axeln och som har lutningen $-9{,}82$ m/s^2.

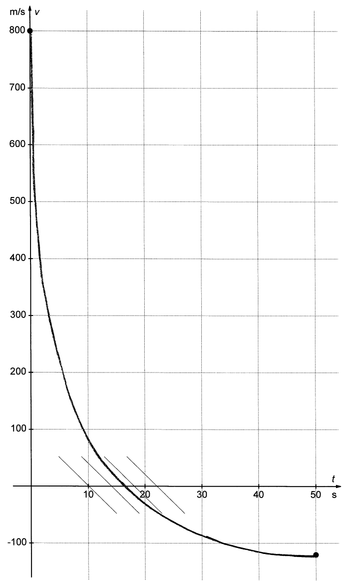


[1]En mer korrekt beräkning utifrån $\frac{mv^2}{2} = \int_R^{R+h} G\frac{Mm}{x^2}\,dx$ ger höjden $h = 222$ km (med $R = 1738$ km och $M = 7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg).

Sedan gäller det att rita in en kurva mellan punkterna $(0,800)$ och $(50,-120)$ så att

1) areorna över respektive under t-axeln blir lika stora
2) lutningen då $v=0$ blir $-9{,}82$ m/s^2

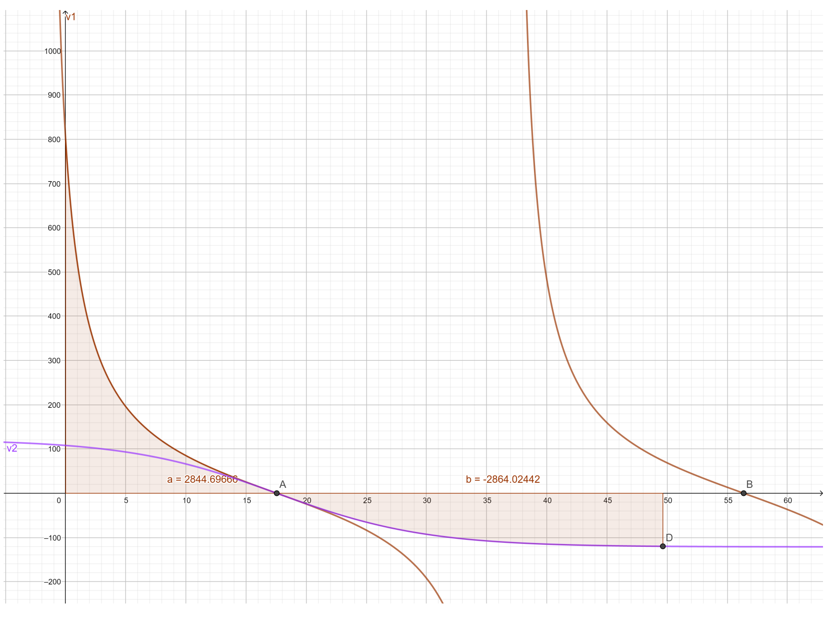
Vi ritar för hand och får, efter att ha prövat oss fram några gånger, en kurva som den i figuren nedan.



Här är areorna över respektive under t-axeln ungefär lika stora: 2,5–3,0 rutor. Eftersom en ruta motsvarar $100 \cdot 10$ m, så borde kulans högsta höjd bli någonstans mellan 2,5 km och 3,0 km.

Svar: Någonstans mellan 2,5 km och 3,0 km.

Kommentar: Man kan också bestämma v-t-diagrammet numeriskt. Diagrammet nedan visar fallet då luftmotståndet antas vara proportionellt mot v^2.



Ur diagrammet kan vi se att högsta höjden 2,85 km nås efter ungefär 17,5 sekunder.