Månadens problem – MAJ 2019

Lösningsförslag

1. (a) Trådens resistans är

$$R = \rho_{\text{res}} \cdot \frac{L}{A} = 1{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2(0{,}055 + 0{,}085)}{\pi \cdot 0{,}000\,10^2}\ \Omega = 0{,}15\ \Omega.$$

Spänningen beöhver då vara

$$U = RI = 0{,}15 \cdot 1{,}8\ \text{V} = 0{,}27\ \text{V}.$$

Svar: 0,27 V.

(b) Antag att all elektrisk energi blir värme i tråden. Då gäller att

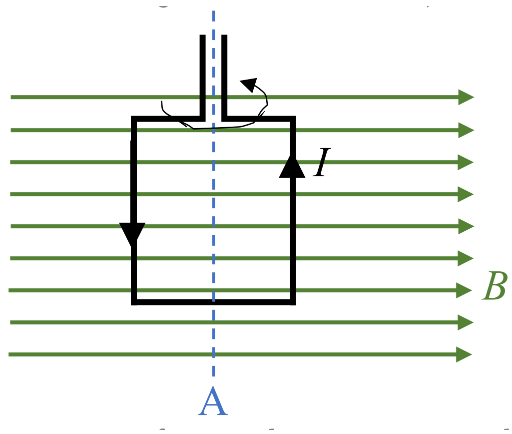
$$Pt = cm\Delta T,$$

där $m = \rho LA$ är trådens massa, c är specifika värmekapaciteten, $P = RI^2$ är elektriska effekten, ΔT är temperaturökningen och t är tiden. Tiden det tar att höja temperaturen 100 °C blir alltså

$$t = \frac{cm\Delta T}{RI^2} = \frac{c\rho A^2 \Delta T}{\rho_{\text{res}} I^2} = \frac{390 \cdot 8\,900 \cdot (\pi \cdot 0{,}0000\,10^2)^2 \cdot 100}{1{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8^2}\ \text{s} = 6{,}3\ \text{s}.$$

Svar: 6,3 s.

2. Ingen kraft påverkar ledningarna som är parallella med magnetfältet. De ledningar som är vinkelräta mot magnetfältet påverkas av en kraft$F = BIl$. Slingan kommer att börja rotera medurs.



Krafterna i den vänstra respektive högra ledningen kommer att vara lika stora men med rakt motsatta riktningar. När slingan är riktad i fältets plan är krafterna vinkelräta mot momentarmen och båda har momentarmen $\frac{b}{2}$. I denna position blir kraftmomentet som störst:

$$M_{\max} = BIl \cdot \frac{b}{2} + BIl \cdot \frac{b}{2} = BIlb = 1{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}085 \cdot 0{,}055 \text{ Nm} = 0{,}013 \text{ Nm}.$$

När slingan roterar ändras momentarmen och blir kortare. När slingan roterat ett kvartsvarv är momentarmen noll, men vinkelhastigheten är som störst.

Vinkeln mellan magnetfältet och slingans plan, v, ger storleken på momentarmen enligt $b \cdot \frac{\cos v}{2}$ på vardera sida. Uttrycket för kraftmomentet som funktion av vinkeln blir alltså

$$M = BIlb \cdot \cos v.$$

När slingan roterat lite mer än ett kvarts varv är krafterna riktade åt andra hållet, så då kommer vinkelhastigheten att minska. När slingan har kommit ett halvt varv kommer den att ha stannat, och börjar då rotera tillbaks med störst vinkelhastighet (moturs) efter en kvarts varv. O.s.v.

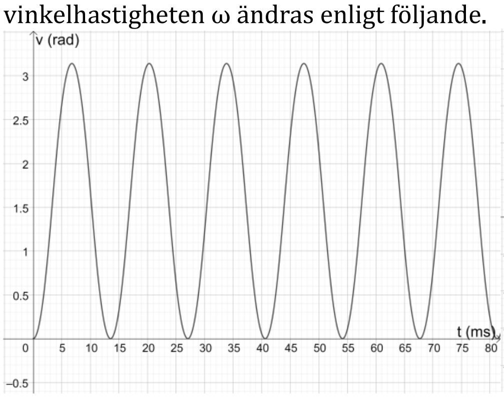
På nästa sidas ges en mer detaljerad analys av slingans rörelse (för elever som läser fysik 3).

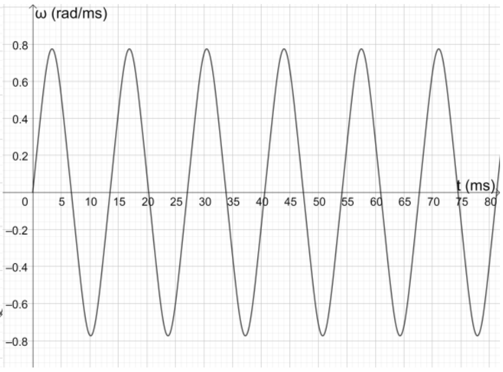
För elever som läser fysik 3 kan det vara roligt att teckna differentialekvationen som beskriver hur vinkeln varierar med tiden enligt:
$M = \frac{dL}{dt} = Jv''$ där J är slingans tröghetsmoment uppdelat i fyra ”stavar”, där två roterar runt sitt centrum med $J = mb^2/12$ och två på radien $b/2$, $J = m\left(\frac{b}{2}\right)^2$ så att:

$$J = 2\frac{1}{12}\rho Abb^2 + 2\rho Al\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \rho Ab^2\left(\frac{1}{6}b + \frac{1}{2}l\right) =$$
$$8900 \cdot \pi \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}055^2 \cdot \left(\frac{0{,}055}{6} + \frac{0{,}085}{2}\right) = 4{,}4 \cdot 10^{-8}\ \text{kgm}^2.$$

$BIlb \cdot \cos(v) = Jv''$ där $BIlb \cdot \cos(v) = 13 \cdot 10^{-3}\cos(v)$ enligt ovan, varmed $v'' = 3{,}0 \cdot 10^5 \cos(v)$ eller med tidsenheten ms: $v'' = 0{,}30\cos(v)$ med v(0)=v’(0)=0.

Denna ekvation kan man lösa numeriskt t.ex. med Geogebra. Vinkeln, *v,* och vinkelhastigheten ω ändras enligt följande.





D.v.s. slingan svänger fram och tillbaks med en periodtid på c:a 13ms.
Och vinkelhastigheten är som störst 800 rad/s när den passerar en kvarts varv.

Om man lägger till en dämpning p.g.a. friktion, luftmotstånd eller annat som beror linjärt på vinkelhastigheten, t.ex. så att differentialekvationen blir $v'' + 100v' = 3{,}0 \cdot 10^5 \cos(v)$ ser man att slingan kommer att stanna upp vid ett kvarts varv ($\pi/2$).